Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιεί δύο ψηφία.
Το 0 και το 1.
Τα ψηφία ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης αντιστοιχίζονται σε δυνάμεις του 2.
Μονάδες, δυάδες, τετράδες, οκτάδες, δεκαεξάδες κ.ο.κ.

Παράδειγμα δυαδικού αριθμού εύρους 8 ψηφίων:

$$10101011_2 =$$
$$= \underline{1}\cdot 2^7 + \underline{0}\cdot 2^6 + \underline{1}\cdot 2^5 + \underline{0}\cdot 2^4 + \underline{1}\cdot 2^3 + \underline{0}\cdot 2^2 + \underline{1}\cdot 2^1 + \underline{1}\cdot 2^0 =$$
$$= 128 + 32 + 8 + 2 + 1 =$$
$$= 171_{10}$$

Κάθε δυαδικό ψηφίο που περιλαμβάνει ένας δυαδικός αριθμός το ονομάζουμε bit. Το bit με τη μεγαλύτερη βαρύτητα ονομάζεται MSB (Most Significant Bit). Το bit με τη μικρότερη βαρύτητα ονομάζεται LSB (Least Significant Bit).

Κλάσματα στο δυαδικό σύστημα

Περιλαμβάνοντας και μη ακέραιους αριθμούς ένας δυαδικός αριθμός μετατρέπεται στο δεκαδικό σύστημα ως εξής:

$$\ldots b_3 b_2 b_1 b_0 , b_{-1} b_{-2} b_{-3} b_{-4} \ldots =$$
$$= \ldots \underline{b_3} \cdot 2^3 + \underline{b_2} \cdot 2^2 + \underline{b_1} \cdot 2^1 + \underline{b_0} \cdot 2^0 + \underline{b_{-1}} \cdot 2^{-1} + \underline{b_{-2}} \cdot 2^{-2} + \underline{b_{-3}} \cdot 2^{-3} + \underline{b_{-4}} \cdot 2^{-4} \ldots$$

Για παράδειγμα ο δυαδικός αριθμός 1011,0111 μετατρέπεται σε δεκαδικό ως εξής:

$$1011{,}0111 =$$
$$= \underline{1} \cdot 2^3 + \underline{0} \cdot 2^2 + \underline{1} \cdot 2^1 + \underline{1} \cdot 2^0 + \underline{0} \cdot 2^{-1} + \underline{1} \cdot 2^{-2} + \underline{1} \cdot 2^{-3} + \underline{1} \cdot 2^{-4} =$$
$$= 8 + 0 + 2 + 1 + 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.125 + 1 \cdot 0.0625 =$$
$$= 11 + 0.4375 =$$
$$= 11.4375$$

Μετατροπή από δεκαδικό σε δυαδικό

Για τη μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στο δυαδικό εφαρμόζουμε τον παρακάτω αλγόριθμο.

α. Πραγματοποιούμε διαίρεση του αρχικού αριθμού με το 2

β. Σημειώνουμε το υπόλοιπο και διαιρούμε το πηλίκο πάλι με το 2.

γ. Επαναλαμβάνουμε το βήμα (β) για όσο το πηλίκο είναι μεγαλύτερο του 0

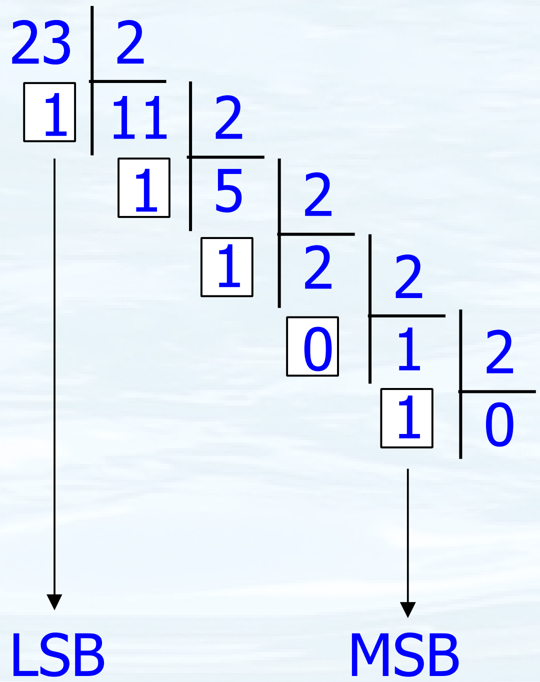
δ. Ο δυαδικός αριθμός που αναζητείται αποτελείται από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων ξεκινώντας από το τελευταίο και καταλήγοντας στο πρώτο.

Δηλαδή το MSB είναι το τελευταίο υπόλοιπο ενώ το LSB είναι το πρώτο.

Για παράδειγμα έστω ο δεκαδικός αριθμός 23_{10}.

Μετατρέπεται σε δυαδικό ως εξής:

Μετατροπή από δεκαδικό σε δυαδικό



Άρα: $23_{10} = 10111_2$

Επαλήθευση:

$$
\begin{aligned}
&10111_2 = \\
&= \underline{1}\cdot 2^4 + \underline{0}\cdot 2^3 + \underline{1}\cdot 2^2 + \underline{1}\cdot 2^1 + \underline{1}\cdot 2^0 = \\
&= 16 + 0 + 4 + 2 + 1 = \\
&= 23
\end{aligned}
$$

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδικό σε δυαδικό

Για τη μετατροπή ενός κλασματικού αριθμού από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στο δυαδικό εφαρμόζουμε διαφορετικούς αλγορίθμους ξεχωριστά για το ακέραιο και ξεχωριστά για το κλασματικό μέρος.
Στο τέλος για το σχηματισμό του αριθμού συνδυάζουμε τα δύο αποτελέσματα που προκύπτουν.

Για το ακέραιο μέρος ενός κλασματικού αριθμού ακολουθείται η ίδια διαδικασία που εφαρμόστηκε προηγουμένως.

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδικό σε δυαδικό

Για το κλασματικό μέρος εφαρμόζουμε τον παρακάτω αλγόριθμο:
α. Πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμό του κλασματικού μέρους με το 2
β. Αν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού είναι μεγαλύτερο του 1 τότε το bit του αριθμού θα είναι 1 ενώ αν είναι μικρότερο του 1 τότε θα είναι 0
γ. Πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμό **μόνο** του κλασματικού μέρους του προηγούμενου αποτελέσματος με το 2
δ. Αν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού είναι μεγαλύτερο του 1 τότε το bit του αριθμού θα είναι 1 ενώ αν είναι μικρότερο του 1 τότε θα είναι 0
ε. Συνεχίζουμε πολλαπλασιάζοντας μέχρι να βρούμε κλασματικό μέρος 0 ή μέχρι να επιτύχουμε την επιθυμητή ακρίβεια

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδ. σε δυαδικό

Έστω ότι θέλουμε να μετατρέψουμε στο δυαδικό σύστημα τον δεκαδικό κλασματικό αριθμό 23,45

Μετατρέπουμε ξεχωριστά το 23 και ξεχωριστά το 0,45

Προηγουμένως είδαμε ότι: $23_{10} = 10111_2$

Για το 0,45 εργαζόμαστε ως εξής:

2 x 0,45	=	0,9 < 1	άρα το 1ο ψηφίο είναι 0
2 x 0,9	=	1,8 > 1	άρα το 2ο ψηφίο είναι 1
2 x 0,8	=	1,6 > 1	άρα το 3ο ψηφίο είναι 1
2 x 0,6	=	1,2 > 1	άρα το 4ο ψηφίο είναι 1
2 x 0,2	=	0,4 < 1	άρα το 5ο ψηφίο είναι 0
2 x 0,4	=	0,8 < 1	άρα το 6ο ψηφίο είναι 0
2 x 0,8	=	1,6 > 1	άρα το 7ο ψηφίο είναι 1
2 x 0,6	=	1,2 > 1	άρα το 8ο ψηφίο είναι 1 … κ.ο.κ.

Συνδυάζοντας ακέραιο και κλασματικό μέρος έχουμε:

$23{,}45_{10} = 10111{,}011100110011001100\ldots_2$

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδ. σε δυαδικό

Εάν τελικά έχουμε τη δυνατότητα να αποθηκεύσουμε στο υπολογιστικό σύστημα μέχρι 8 bit κλασματικού μέρους τότε ο αριθμός που θα αποθηκευτεί είναι ο $10111{,}01110011_2$ και στην πραγματικότητα αποτελεί την πλησιέστερη προσέγγιση του 23,45 που θέλαμε να αποθηκεύσουμε αρχικά.
Υπολογίζοντας το κλασματικό μέρος προκύπτει ότι ο αριθμός που πραγματικά αποθηκεύτηκε είναι το 23,44921875

$$\begin{aligned}
&0{,}01110011 = \\
&= \underline{0}\cdot 2^{-1} + \underline{1}\cdot 2^{-2} + \underline{1}\cdot 2^{-3} + \underline{1}\cdot 2^{-4} + \underline{0}\cdot 2^{-5} + \underline{0}\cdot 2^{-6} + \underline{1}\cdot 2^{-7} + \underline{1}\cdot 2^{-8} = \\
&= 0 + 0.25 + 0{,}125 + 0.0625 + 0\cdot 0{,}03125 + 0\cdot 0{,}015625 \\
&+ 0{,}0078125 + 0{,}00390625 = \\
&= 0{,}44921875
\end{aligned}$$

Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιεί 16 ψηφία.
Αυτά είναι: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E και F.
Τα ψηφία από 0 έως 9 αντιστοιχούν όπως στο δεκαδικό σύστημα ενώ τα γράμματα από A έως F αντιστοιχίζονται στους αριθμούς από το 10 έως το 15.

A: 10
B: 11
C: 12
D: 13
E: 14
F: 15

Τα ψηφία ενός αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης αντιστοιχίζονται σε δυνάμεις του 16.
Μονάδες, δεκαεξάδες, 256-άδες κ.ο.κ.

Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Περιλαμβάνοντας και μη ακέραιους αριθμούς ένας δεκαεξαδικός αριθμός μετατρέπεται στο δεκαδικό σύστημα ως εξής:

$$\ldots h_2 h_1 h_0 , h_{-1} h_{-2} h_{-3} \ldots =$$
$$= \ldots \underline{h_2} \cdot 16^2 + \underline{h_1} \cdot 16^1 + \underline{h_0} \cdot 16^0 + \underline{h_{-1}} \cdot 16^{-1} + \underline{h_{-2}} \cdot 16^{-2} + \underline{h_{-3}} \cdot 16^{-3} \ldots$$

Παράδειγματα δεκαεξαδικών αριθμών:

$$125_{16} =$$
$$= \underline{1} \cdot 16^2 + \underline{2} \cdot 16^1 + \underline{5} \cdot 16^0 =$$
$$= 256 + 32 + 5 =$$
$$= 293_{10}$$

$$A,A2_{16} =$$
$$= \underline{10} \cdot 16^0 + \underline{10} \cdot 16^{-1} + \underline{2} \cdot 16^{-2} + =$$
$$= 10 + 10 \cdot 0{,}0625 + 2 \cdot 0{,}00390625 =$$
$$= 10{,}6328125_{10}$$

$$1AC_{16} =$$
$$= \underline{1} \cdot 16^2 + \underline{10} \cdot 16^1 + \underline{12} \cdot 16^0 =$$
$$= 256 + 160 + 12 =$$
$$= 428_{10}$$

Μετατροπή από δεκαδικό σε δεκαεξαδικό

Για τη μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στο δεκαεξαδικό εφαρμόζουμε τον παρακάτω αλγόριθμο.

α. Πραγματοποιούμε διαίρεση του αρχικού αριθμού με το 16

β. Σημειώνουμε το υπόλοιπο και διαιρούμε το πηλίκο πάλι με το 16.

γ. Επαναλαμβάνουμε το βήμα (β) για όσο το πηλίκο είναι μεγαλύτερο του 0

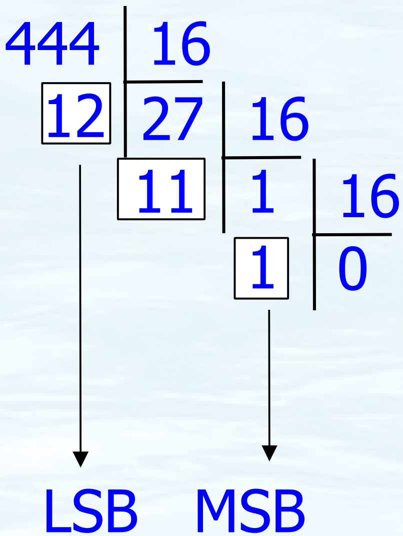
δ. Ο δεκαεξαδικός αριθμός που αναζητείται αποτελείται από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων ξεκινώντας από το τελευταίο και καταλήγοντας στο πρώτο.

Δηλαδή το MSB είναι το τελευταίο υπόλοιπο ενώ το LSB είναι το πρώτο.

Για παράδειγμα έστω ο δεκαδικός αριθμός 444_{10}.

Μετατρέπεται σε δεκαεξαδικό ως εξής:

Μετατροπή από δεκαδικό σε δεκαεξαδικό



Αντιστοιχίζουμε τους αριθμούς στα ψηφία του δεκαεξαδικού:

1 → 1

11 → B

12 → C

Άρα από τη μετατροπή προκύπτει ότι:

$444_{10} = 1BC_{16}$

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδικό σε δεκαεξαδικό

Για το κλασματικό μέρος εφαρμόζουμε τον παρακάτω αλγόριθμο:
α. Πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμό του κλασματικού μέρους με το 16
β. Το ακέραιο μέρος του γινομένου αποτελεί το κλασματικό ψηφίο
γ. Πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμό **μόνο** του κλασματικού μέρους του προηγούμενου αποτελέσματος με το 16
δ. Το ακέραιο μέρος του γινομένου αποτελεί το κλασματικό ψηφίο
ε. Συνεχίζουμε πολλαπλασιάζοντας μέχρι να βρούμε κλασματικό μέρος 0 ή μέχρι να επιτύχουμε την επιθυμητή ακρίβεια

Μετατροπή κλασμάτων από δεκαδικό σε δεκαεξαδικό

Έστω ότι θέλουμε να μετατρέψουμε στο δεκαεξαδικό σύστημα τον δεκαδικό κλασματικό αριθμό 23,45

Μετατρέπουμε ξεχωριστά το 23 και ξεχωριστά το 0,45

Έχουμε ότι: $23_{10} = 17_{16}$

Για το 0,45 εργαζόμαστε ως εξής:

16 x 0,45	=	7,2	άρα το 1ο ψηφίο είναι 7
16 x 0,2	=	3,2	άρα το 2ο ψηφίο είναι 3
16 x 0,2	=	3,2	άρα το 3ο ψηφίο είναι 3 … κ.ο.κ.

Συνδυάζοντας ακέραιο και κλασματικό μέρος έχουμε:

$23{,}45_{10} = 17{,}7333333\ldots_{16}$

Δεκαεξαδικό και δυαδικό σύστημα

Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης είναι αυτό που χρησιμοποιείται στα ψηφιακά συστήματα. Τα δυαδικά ψηφία κωδικοποιούνται σε διαφορετικές στάθμες τάσης.

Τα πρώτα ψηφιακά συστήματα χρησιμοποιούσαν το δυναμικό των 0V για το ψηφίο 0 και το δυναμικό των 5V για το ψηφίο 1. Πλέον τα προηγμένα μικροϋπολογιστικά συστήματα με στόχο κυρίως τη χαμηλότερη δυνατή κατανάλωση ισχύος αντιστοιχίζουν το ψηφίο 1 ακόμα και στο 1V.

Το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης δεν χρησιμοποιείται εσωτερικά στα ψηφιακά συστήματα. Γενικά το δεκαεξαδικό σύστημα δεν βρίσκει πουθενά εφαρμογή στο hardware. Παρόλα αυτά όμως λόγω του ότι είναι πολύ βολικότερο στην απεικόνιση αριθμών έχει επικρατήσει και χρησιμοποιείται από τους προγραμματιστές κατά την ανάπτυξη του software.

Μετατροπές από δεκαεξαδικό σε δυαδικό και αντίστροφα

Ο λόγος που επικράτησε το δεκαεξαδικό σύστημα για την απεικόνιση αριθμών έναντι των άλλων συστημάτων με μεγαλύτερη βάση είναι γιατί μας δίνει τη δυνατότητα να μετατρέψουμε εύκολα και γρήγορα αριθμούς στο δυαδικό σύστημα και αντίστροφα.

Η αντιστοιχία των δεκαεξαδικών ψηφίων με το ισοδύναμο δυαδικό παρουσιάζεται στον διπλανό πίνακα.

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Μετατροπές από δεκαεξαδικό σε δυαδικό και αντίστροφα

Έστω ο αριθμός $4C_{16}$.

Το δυαδικό ισοδύναμο του αριθμού υπολογίζεται αντικαθιστώντας το κάθε ψηφίο με το αντίστοιχο δυαδικό ισοδύναμο που φαίνεται στο διπλανό πίνακα.

4 C =

= 0100 1100

Δηλαδή $4C_{16}=01001100_2$.

Παραδείγματα μετατροπών:

$F\ 3\ 2_{16} = 1111\ 0011\ 0010_2$

$1\ A\ 2\ D_{16} = 1\ 1010\ 0010\ 1101_2$

$8\ 0_{16} = 1000\ 0000_2$

$7\ C\ D\ E_{16} = 111\ 1100\ 1101\ 1110_2$

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Μετατροπές από δεκαεξαδικό σε δυαδικό και αντίστροφα

Με αντίστοιχο τρόπο γίνονται οι μετατροπές από δυαδικό σε δεκαεξαδικό. Χωρίζουμε το δυαδικό αριθμό σε ομάδες τεσσάρων bit και πραγματοποιούμε τη μετατροπή αντικαθιστώντας με το δεκαεξαδικό ισοδύναμο.

Έστω ο αριθμός: 10010101_2

$= \quad 1001 \quad 0101 \quad =$

$= \quad 9 \quad 5 \quad =$

$= \quad 95_{16}$

Παραδείγματα μετατροπών:

$100111_2 = 0010\ 0111\ 2 = 27_{16}$

$1011111011_2 = 0010\ 1111\ 1011_2 = 2FB_{16}$

$11000_2 = 0001\ 1000_2 = 18_{16}$

$1101010001011110_2 = 1101\ 0100\ 0101\ 1110_2 = D45E_{16}$

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Δυαδική αριθμητική

Κάθε επεξεργαστής μπορεί να υποστηρίζει συγκεκριμένες μαθηματικές πράξεις στο υλικό του.
Οποιαδήποτε μαθηματική πράξη δεν υποστηρίζεται από το υλικό θα πρέπει να υλοποιηθεί σε λογισμικό από τον προγραμματιστή.
Μερικές μαθηματικές λειτουργίες που μπορεί να επιτελέσει ένας επεξεργαστής είναι:

α) Πρόσθεση
β) Αφαίρεση
γ) Πολλαπλασιασμός
δ) Διαίρεση (Ψηφιακοί διαιρέτες δεν υπάρχουν. Ένας επεξεργαστής μπορεί να διαθέτει συγκεκριμένο hardware ώστε να υποστηρίζει την πράξη της διαίρεσης με κάποια εντολή πραγματοποιώντας επαναληπτικές διαδικασίες).
ε) Λογικές πράξεις
στ) Ολισθήσεις

Συμπλήρωμα δυαδικού αριθμού

Στις μαθηματικές πράξεις ένας επεξεργαστής χρησιμοποιεί σε μεγάλη έκταση τη μορφή συμπληρώματος ως προς 2 ενός αριθμού.

Το συμπλήρωμα ως προς ένα ενός αριθμού αποτελεί ο αριθμός ο οποίος προκύπτει αν αντιστρέψουμε κάθε bit του αρχικού αριθμού.

Για παράδειγμα το συμπλήρωμα ως προς ένα του αριθμού 10011001 είναι ο αριθμός 01100110.

Το συμπλήρωμα ως προς δύο ενός αριθμού αποτελεί ο αριθμός ο οποίος προκύπτει αν στο συμπλήρωμα ως προς ένα του αριθμού αυτού προσθέσουμε το ένα.

Για παράδειγμα το συμπλήρωμα ως προς δύο του αριθμού 10011001 είναι ο αριθμός 01100111. Προκύπτει ως εξής:

Αρχικός αριθμός:	10011001
Συμπλήρωμα ως προς ένα:	01100110
	+1
Συμπλήρωμα ως προς δύο:	01100111

Δυαδική πρόσθεση

Η πρόσθεση γίνεται με αντίστοιχο τρόπο όπως και στο δεκαδικό σύστημα ενώ πάντοτε υπάρχει ειδικό hardware στον μικροεπεξεργαστή για τη συγκεκριμένη λειτουργία (κύκλωμα αθροιστή).

Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης ανάμεσα σε δύο αριθμούς n-bit μπορεί να είναι έως n+1 bit.

Παραδείγματα πρόσθεσης στα 8 bit:

```
   10001010
+  00100100
   10101110
```

```
  11111111
 +11111111
 111111110
```

Δυαδική αφαίρεση

Αν και μπορεί να υπολοιηθεί κύκλωμα αφαιρέτη σε υλικό ωστόσο η πράξη της αφαίρεσης γίνεται σχεδόν πάντοτε με το συμπλήρωμα ως προς δύο του αφαιρέτη κάνοντας χρήση του κυκλώματος του αθροιστή. Έτσι χρησιμοποιώντας το ίδιο κύκλωμα τόσο για την πρόσθεση όσο και για την αφαίρεση γίνεται οικονομία χώρου πάνω στο τσιπ ενώ επίσης επιτυγχάνεται ταυτόχρονα και μείωση του κόστους. **Η αφαίρεση δύο αριθμών στο δυαδικό σύστημα γίνεται κάνοντας πρόσθεση του αφαιρετέου με το συμπλήρωμα ως προς δύο του αφαιρέτη.**

Αν υπάρξει υπερχείλιση τότε απορρίπτουμε την υπερχείλιση, το αποτέλεσμα της πράξης είναι θετικό και βρίσκεται σε κανονική μορφή.

Αν δεν υπάρξει υπερχείλιση τότε το αποτέλεσμα της πράξης είναι αρνητικό και βρίσκεται σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο. Δηλαδή για να δούμε την απόλυτη τιμή του αποτελέσματος πρέπει να πάρουμε το συμπλήρωμα ως προς δύο.

Δυαδική αφαίρεση

Παράδειγμα αφαίρεσης στα 4 bit

12 – 7 = 5
12: 1100
7: 0111
Συμπλήρωμα ως προς 2 του 7: 1001
Πρόσθεση με το συμπλήρωμα ως προς 2: 1100
1001
~~1~~0101
Υπάρχει υπερχείλιση άρα το αποτέλεσμα είναι θετικό και είναι ο αριθμός 0101 = 5

Δυαδική αφαίρεση

Παράδειγμα αφαίρεσης στα 4 bit

7 – 12 = – 5
7: 0111
12: 1100
Συμπλήρωμα ως προς 2 του 12: 0100
Πρόσθεση με το συμπλήρωμα ως προς 2:

$$\begin{array}{r} 0111 \\ +\ \underline{0100} \\ 1011 \end{array}$$

Δεν υπάρχει υπερχείλιση άρα το αποτέλεσμα είναι αρνητικό και βρίσκεται σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.
Δηλαδή η απόλυτη τιμή του είναι το συμπλήρωμα ως προς δύο του αριθμού 1011 το οποίο είναι 0101 = 5

Δυαδική αφαίρεση

Όταν το αποτέλεσμα μιας αφαίρεσης είναι αρνητικό γενικά δεν είναι απαραίτητη η μετατροπή του σε απόλυτη τιμή.
Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε ότι ένας μικροεπεργαστής πρέπει να υπολογίσει την παρακάτω παράσταση:
4 – 5 + 3 – 10 + 8
Οι πράξεις εκτελούνται σειριακά.

4: 0100	– 1: 1111	2: 0010	– 8: 1000
– 5: +1011	3: + 0011	– 10:+0110	+ 8: +1000
– 1: 1111	2: ~~1~~0010	– 8: 1000	0: ~~1~~0000

Παρατηρούμε ότι ουσιαστικά το συμπλήρωμα ως προς δύο ενός αριθμού παρουσιάζει συμπεριφορά αρνητικού αριθμού.
Έχει επικρατήσει στα ψηφιακά συστήματα οι αρνητικοί αριθμοί να αποθηκεύονται με τη μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.

Δυαδικός πολλαπλασιασμός

Ο πολλαπλασιασμός σε προηγμένους μικροεπεξεργαστές γίνεται χρησιμοποιώντας hardware πολλαπλασιαστή. Σε πιο απλούς μικροεπεξεργαστές πραγματοποιείται με χρήση software υλοποιώντας κάποιον αλγόριθμο πολλαπλασιασμού. **Το αποτέλεσμα ενός πολλαπλασιασμού δύο αριθμών n bit μπορεί να έχει εύρος έως 2n bit.**

α) Ο πιο απλός αλγόριθμος υλοποιείται πραγματοποιώντας διαδοχικές προσθέσεις. Για παράδειγμα ο πολλαπλασιασμός 3x8 μπορεί να υλοποιηθεί προσθέτοντας 3 φορές το 8.

β) Ένας πιο γρήγορος αλγόριθμος είναι ο κλασικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται και στο δεκαδικό σύστημα. Υλοποιείται πραγματοποιώντας προσθέσεις και ολισθήσεις.

(α)
```
 1000    8
 1000    8
 1000    8
11000   24
```

(β)
```
  0101     5
  1001   x 9
  0101    45
 0000
0000
0101
101101
```

Δυαδική διαίρεση

Δυαδική διαίρεση σε hardware δεν μπορεί να επιτευχθεί. Οι εντολές διαίρεσης που υποστηρίζουν κάποιοι επεξεργαστές βασίζονται σε ειδικό hardware το οποίο επιτελεί επαναληπτικές διαδικασίες και εκτελεί διαιρέσεις σε αρκετούς παλμούς ρολογιού. Οι διαιρέσεις μπορούν να υλοποιηθούν σε software.

α) Ο πιο απλός αλγόριθμος διαίρεσης υλοποιείται πραγματοποιώντας διαδοχικές αφαιρέσεις. Για παράδειγμα η διαίρεση 8/2 μπορεί να υλοποιηθεί αφαιρώντας το 2 διαρκώς μέχρι να προκύψει διαφορά μικρότερη του 2. Ο αριθμός των αφαιρέσεων αποτελεί το πηλίκο της διαίρεσης ενώ η τελευταία διαφορά αποτελεί το υπόλοιπο.

β) Ένας πιο γρήγορος αλγόριθμος είναι ο κλασικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται και στο δεκαδικό σύστημα ο οποίος υλοποιείται πραγματοποιώντας διαδοχικές αφαιρέσεις και ολισθήσεις. Είναι όμως πιο πολύπλοκος.