1.3.3 αναλυτική μέθοδος, για υπολογισμό κεντροειδούς

Για να βρούμε το κέντρο βάρους σύνθετης επιφάνειας, χωρίζουμε την σύνθετη επιφάνεια σε επιμέρους επιφάνειες, για παράδειγμα σε ορθογώνια, αν η σύνθετη επιφάνεια αποτελείται από απλά ορθογώνια. Το κάθε ορθογώνιο έχει εμβαδόν f_1, f_2, f_3 με γνωστό κέντρο βάρους. Στα ορθογώνια το κέντρο βάρους βρίσκεται στο σημείο τομής των διαγωνίων.

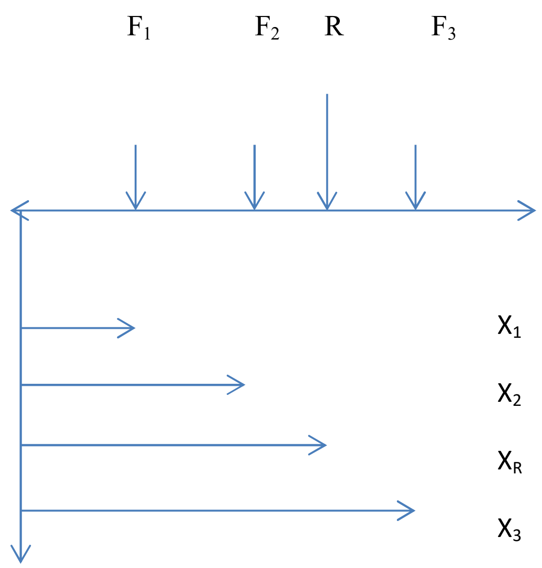
Από τις διαστάσεις του σχήματος 6.3.α, υπολογίζουμε τα εμβαδά των τμημάτων

$$\boxed{\begin{aligned} f_1 &= 50 \times 20 = 1000\ \text{cm}^2 \\ f_2 &= 50 \times 15 = 750\ \text{cm}^2 \\ f_3 &= 10 \times 30 = 300\ \text{cm}^2 \end{aligned}}$$

Αναφερόμαστε δηλαδή σε στατική ροπή επιφανειών. Θεωρούμε ότι τα βάρη των επιφανειών, είναι ανάλογα με τα εμβαδά των επιφανειών, και ανάλογα με τα βάρη ενός στερεού σώματος, που έχει διατομή την σύνθετη επιφάνεια.

Θα χρησιμοποιήσουμε και εδώ την μέθοδο, πρώτα κατά χ, με τα κατακόρυφα φορτία, και μετά κατά ψ, με τα φορτία οριζόντια. Τα φορτία οριζόντια και κατακόρυφα είναι ίδια, γιατί εξαρτώνται μόνο από το εμβαδόν της κάθε επιμέρους επιφάνειας.

Στην αναλυτική μέθοδο, δηλαδή με χρήση αναλυτικού τύπου, εφαρμόζουμε την εξίσωση - αρχή των ροπών, σύμφωνα με την οποία η στατική ροπή της συνισταμένης των δυνάμεων, ως προς ένα σημείο, ισούται με το άθροισμα των ροπών των επιμέρους συνιστωσών, ως προς το ίδιο σημείο. Και ροπή ισούται με το γινόμενο της δύναμης επί τον μοχλοβραχίονα, δηλαδή την απόσταση της δύναμης από το σημείο.



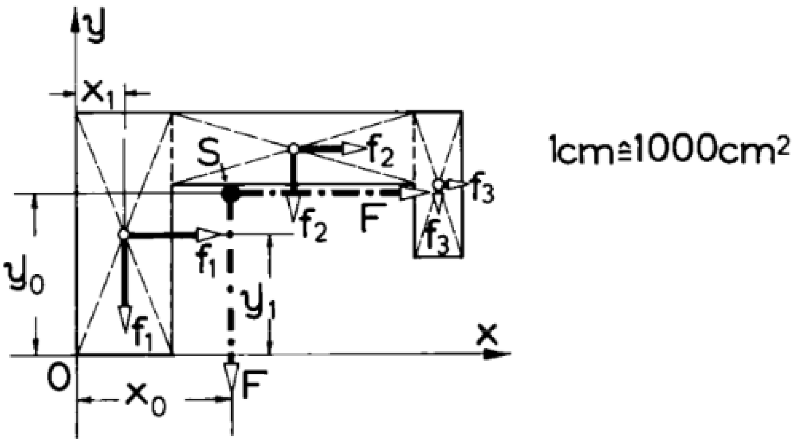
Ισχύει

$R*X_R = F_1*X_1 + F_2*X_2 + F_3*X_3$

Οπότε

$X_R = (F_1*X_1 + F_2*X_2 + F_3*X_3) / R$

Όπου $R = F_1 + F_2 + F_3$



Σχ. 6.3β.

Ορίζουμε το σημείο Ο ως σημείο αρχής των αξόνων Οχ και Οψ, και υπολογίζουμε τις ροπές του κάθε τμήματος, όπου η δύναμη ισούται με το εμβαδόν του κάθε τμήματος.

$$f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 = Fx_0 \text{ καί}$$
$$f_1y_1 + f_2y_2 + f_3y_3 = Fy_0.$$

Οπότε οι συντεταγμένες του Κέντρου Βάρους (Κ.Β.) ή κεντροειδούς, θα είναι

$$x_0 = \frac{f_1 . x_1 + f_2 . x_2 + f_3 . x_3}{F} = \frac{\Sigma f x}{F}$$

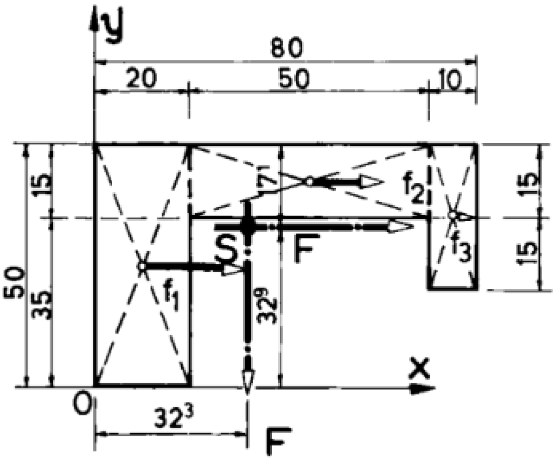
$$y_0 = \frac{f_1 . y_1 + f_2 . y_2 + f_3 . y_3}{F} = \frac{\Sigma f y}{F}$$

Αν ο άξονας Χ περνάει από το Κ.Β. δηλαδή είναι κεντροβαρικός άξονας, τότε Xo = 0, οπότε $F_1*X_1 + F_2*X_2 + F_3*X_3 = 0$. Άρα δεν χρειάζεται να κάνουμε τις πράξεις ως προς αυτόν άξονα, όταν ειναις κεντροβαρικός άξονας.

Ομοίως αν ο άξονας Ψ είναι κεντροβαρικός άξονας, τότε Ψο = 0.

<u>Παράδειγμα</u>.

Θα λύσουμε τώρα το παράδειγμα, βάζοντας διαστάσεις στις επιμέρους επιφάνειες, και κάνοντας τις πράξεις, χρησιμοποιώντας την εξίσωση των ροπών. Στην επίλυση θα μας βοηθήσει η χρήση ενός πίνακα.



Σχ. 6.3γ.

Είναι καλό να γράφουμε τις διαστάσεις κάθε επιμέρους σχήματος, ως Χ επί Ψ, για ομοιομορφία.

Λύνουμε πρώτα ως προς Χ

Το F_1 έχει διαστάσεις 20 * 50, το εμβαδόν του είναι 20 * 50 = 1000, άρα δύναμη $F_1 = 1000$, το Κ.Β. του βρίσκεται στο σημείο τομής των διαγωνίων του, & από το Ο απέχει $X_1 = 20/2 = 10$

το F_2 έχει διαστάσεις 50 * 15, το εμβαδόν του είναι 50 * 15 = 750, άρα δύναμη $F_2 = 750$, το Κ.Β. του βρίσκεται στο σημείο τομής των διαγωνίων του, & από το Ο απέχει $X_2 = 20 + 50/2 = 45$

το F_3 έχει διαστάσεις 10 * 30, το εμβαδόν του είναι 10 * 30 = 300, άρα δύναμη $F_3 = 300$, το Κ.Β. του βρίσκεται στο σημείο τομής των διαγωνίων του, & από το Ο απέχει $X_3 = 20 + 50 + 10/2 = 75$

$F = F_1 + F_2 + F_3 = 1000 + 750 + 300 = 2050$

$F_1{*}X_1 + F_2{*}X_2 + F_3{*}X_3 = 1000{*}10 + 750{*}45 + 300{*}75 = 66250$

$X_R = (F_1{*}X_1 + F_2{*}X_2 + F_3{*}X_3) / F = 66250 / 2050 = 32{,}3 > x_o = 32{,}3$

Λύνουμε μετά ως προς Ψ

$\Psi_1 = 50/2 = 25$

$\Psi_2 = 35 + 15/2 = 42{,}5$

$\Psi_3 = 20 + 30/2 = 35$

$F_1*\Psi_1 + F_2*\Psi_2 + F_3*\Psi_3 = 1000*25 + 750*42{,}5 + 300*35 = 67375$

$\Psi_R = (F_1*\Psi_1 + F_2*\Psi_2 + F_3*\Psi_3) / F = 67375 / 2050 = 32{,}9 \Rightarrow y_o = 32{,}9$

Μπορούμε να καταρτίσουμε τον εξής πίνακα (αν μας διευκολύνει)

α/α	Fi cm^2	Xi cm	Ψi cm	Fi * Xi cm^3	Fi * Ψi cm^3
1	1000	10	25	10.000	25.000
2	750	45	42,5	33.750	31.875
3	300	75	35	22.500	10.500
	F = 2050			66.250	67.375

Τελικά, οι συντεταγμένες του Κ.Β. δηλαδή του σημείου που εφαρμόζεται η συνισταμένη, δηλαδή οι αποστάσεις του Κ.Β. από τους άξονες των συνεταγμένων, είναι

$$x_0 = \frac{\Sigma f x}{F} = \frac{66.250}{2050} = 32{,}3 \text{ cm},$$

$$y_0 = \frac{\Sigma f y}{F} = \frac{67.375}{2050} = 32{,}9 \text{ cm}.$$

Και η συνισταμένη του βάρους, είναι πάντα κατά Χ, γιατί το βάρος έχει φορά προς το κέντρο της Γης.

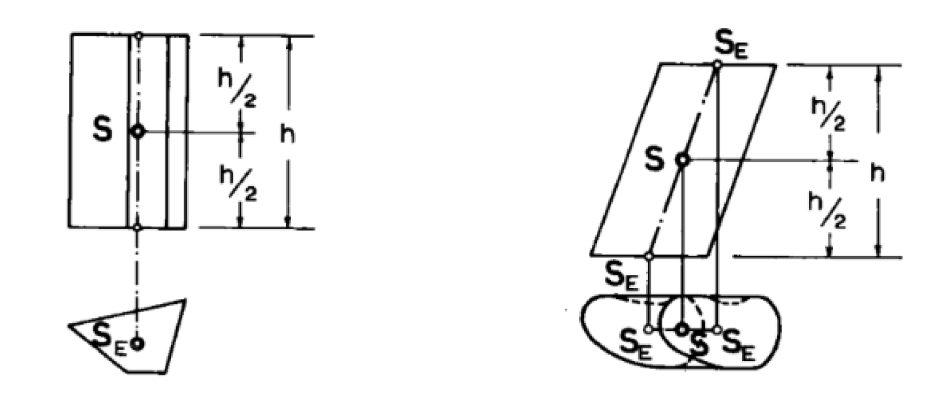
1.4 Κέντρο βάρους σώματος

Το κέντρο βάρους (Κ.Β.) ενός σώματος, είναι το σημείο, από το οποίο διέρχεται η συνισταμένη των δυνάμεων της βαρύτητας, για οποιαδήποτε θέση του σώματος. Το κέντρο βάρους ενός σώματος, βρίσκεται σε κάποιο σημείο του κεντοβαρικού άξονα. Κεντροβαρικός άξονας είναι κάθε ευθεία που διέρχεται από το Κ.Β.

Τα πρισματικά και τα κυλινδρικά σώματα, έχουν την ίδια διατομή σε όλο το ύψος τους, είτε είναι ορθά (κατακόρυφα) είτε είναι λοξά. Σε αυτά τα σώματα, αρκεί να βρούμε το Κ.Β της διατομής τους. Στην πράξη ασχολούμαστε κυρίως (συχνά) με πρισματικά και με κυλινδρικά σώματα, από τα οποία εξετάζουμε συνήθως τμήματα μήκους 1,0 μέτρο ή ύψους 1,0 μέτρο, επειδή έχουν την ίδια διατομή σε όλο το ύψος ή το μήκος τους.

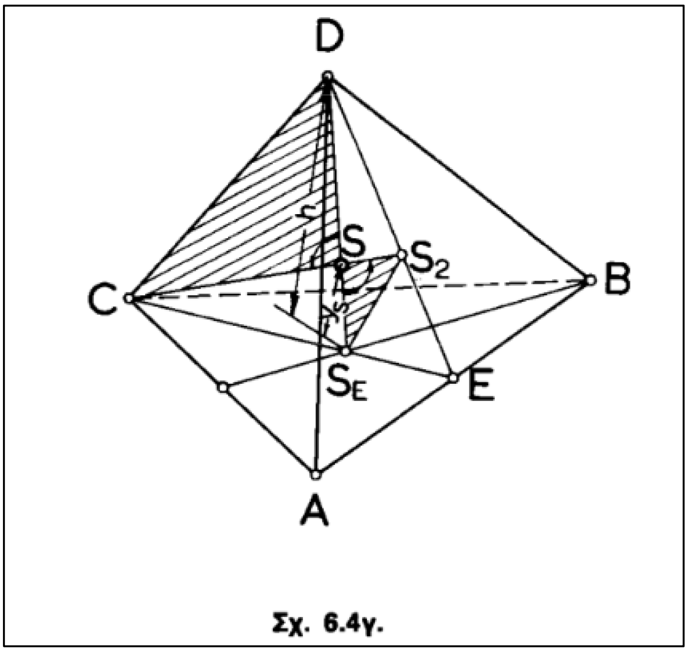
Η εύρεση του Κ.Β. σε όλα τα σώματα, είναι απαραίτητη για να ελέγξουμε την ευστάθεια και την αντοχή των σωμάτων

Η πάνω και η κάτω επιφάνεια τους, έχουν το Κ.Β. τους, που λέγεται S_E, στην ίδια θέση μέσα στην επιφάνεια. Πχ στην πάνω επιφάνεια το Κ.Β. ή S_E της κυλινδρικής επιφάνειας βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου, και ομοίως στην κάτω επιφάνεια το Κ.Β. ή S_E της κυλινδρικής επιφάνειας βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου. Ο κεντροβαρικός άξονας είναι η ευθεία που ενώνει το S_E της πάνω επιφάνειας, με το S_E της κάτω επιφάνειας. Το Κ.Β. του πρισματικού ή κυλινδρικού σώματος, βρίσκεται στο μέσο του κεντροβαρικού άξονα.



Σχ. 6.4α. Σχ. 6.4β.

Σε άλλα στερεά σώματα, που δεν έχουν την ίδια διατομή σε όλο το ύψος τους, πάλι ο κεντροβαρικός άξονας είναι η ευθεία που ενώνει το Κ.Β. ή S_E της πάνω επιφάνειας, με το Κ.Β. ή S_E της κάτω επιφάνειας. Όμως το Κ.β. του σώματος δεν βρίσκεται στο μέσο του ύψους τους. Τέτοια σώματα είναι πχ η πυραμίδα, ο κώνος είτε ορθός είτε λοξός, και ο κώλουρος κώνος. Η πυραμίδα και ο κώνος έχουν μια κορυφή αντί για πάνω επιφάνεια. Ο κώλουρος κώνος, έχει κυκλική πάνω επιφάνεια, μικρότερη από την κυκλική κάτω επιφάνεια. Στην πυραμίδα το Κ.Β. βρίσκεται στα ¾ του ύψους της από την κορυφή, ή στο ¼ του ύψους της από την βάση



Σχ. 6.4γ.

1.5 Κανόνες των Πάλπου και Guldin

Οι κανόνες των Πάλπου, που είναι Έλληνας μαθηματικός του 3ου π.Χ. αιώνα, και Guldin που είναι Ελβετός μαθηματικός 1577-1643, χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί η επιφάνεια και ο όγκος σωμάτων (στερεών) εκ περιστροφής.

Ο γράφων την παρούσα εργασία, θεωρεί ότι δεν εντάσσεται στο περίγραμμα της ύλης του οδηγού σπουδών της συγκεκριμένης ειδικότητας Δημοσίου ΙΕΚ.

1.6 Είδη ισορροπίας, Ευστάθεια

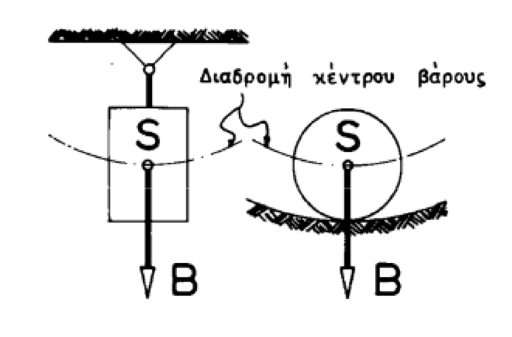
1.6.1 είδη ισορροπίας

Στα σώματα ενεργεί η δύναμη της βαρύτητας. Η θέση του Κ.Β. σε σχέση με το σημείο στήριξης, ή την επιφάνεια στήριξης, καθορίζει το είδος της ισορροπίας του.

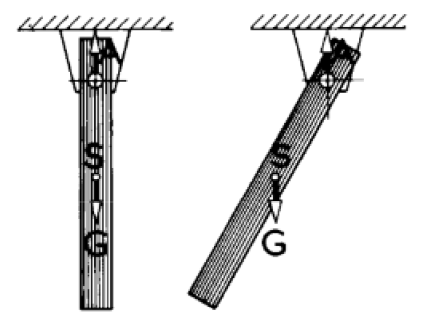
Η ισορροπία διακρίνεται σε 3 είδη, την ευσταθή ισορροπία, την ασταθή ισορροπία, και την αδιάφορη ισορροπία.

Η ευσταθής ισορροπία, υπάρχει όταν γίνεται μια μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, και το Κ.Β. του υψώνεται, και προκαλείται ροπή επαναφοράς, η οποία (τείνει να) επαναφέρει το σώμα προς την αρχική του θέση. Οπότε στην κατάσταση ηρεμίας του σώματος, στην ευσταθή ισορροπία, το Κ.Β βρίσκεται στην χαμηλότερη θέση.

Στα επόμενα σχήματα, φαίνεται η ευσταθής ισορροπία, 1) στην περίπτωση σε σώμα αναρτημένο (κρεμασμένο) στο πάνω άκρο του, από κάποιο σημείο, και 2) σε σφαίρα μέσα σε μικρή καμπύλωση (στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω) του εδάφους, στο σχήμα (6.6.α), όπου φαίνεται η διαδρομή του Κ.Β.
και 3. σε αναρτημένη χαλύβδινη λάμα, στο σχήμα (6.6.δ), όπου κρεμάται η χαλύβδινη λάμα από το πάνω άκρο της, αφήνεται κατακόρυφη και παραμένει ακίνητη. Αν στραφεί από κάποιο εξωτερικό αίτιο, η λάμα θα επιστρέψει στην κατακόρυφη αρχική της θέση, άρα η ισορροπία είναι ευσταθής.



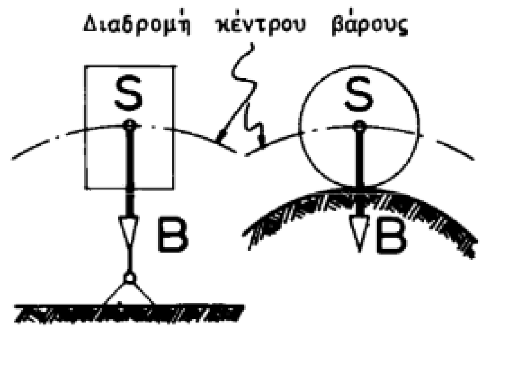
Σχ. 6.6α.



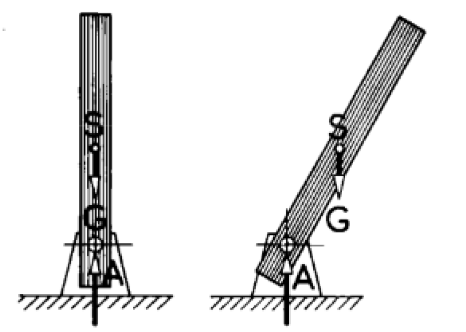
Σχ. 6.6ε.

Η ασταθής ισορροπία, υπάρχει όταν γίνεται μια μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, και το Κ.Β. του χαμηλώνει, και προκαλείται ροπή εκτροπής, η οποία (τείνει να) απομακρύνει το σώμα προς την αρχική του θέση. Οπότε στην κατάσταση ηρεμίας του σώματος, στην ασταθή ισορροπία, το Κ.Β. βρίσκεται στην υψηλότερη θέση.

Στα επόμενα σχήματα, φαίνεται η ασταθής ισορροπία, 1) στην περίπτωση σε σώμα που στηρίζεται στο κάτω άκρο του, σε κάποιο σημείο, και 2) σε σφαίρα πάνω σε μικρή κύρτωση (στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω) του εδάφους, στο σχήμα (6.6.β), όπου φαίνεται η διαδρομή του Κ.Β.
και 3. σε αναρτημένη χαλύβδινη λάμα, στο σχήμα (6.6.ζ), όπου στηρίζεται η χαλύβδινη λάμα στο κάτω άκρο της, αφήνεται κατακόρυφη και παραμένει ακίνητη. Αν στραφεί από κάποιο εξωτερικό αίτιο, η λάμα (δεν θα επιστρέψει στην κατακόρυφη αρχική της θέση) θα πέσει στο έδαφος, άρα η ισορροπία είναι ασταθής.



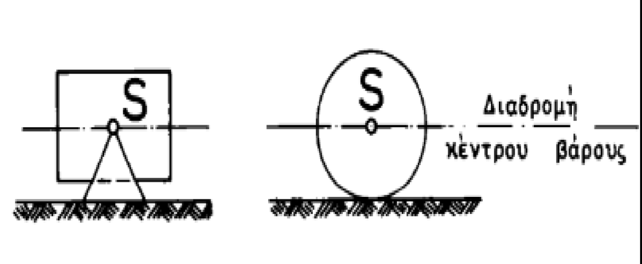
Σχ. 6.6β.



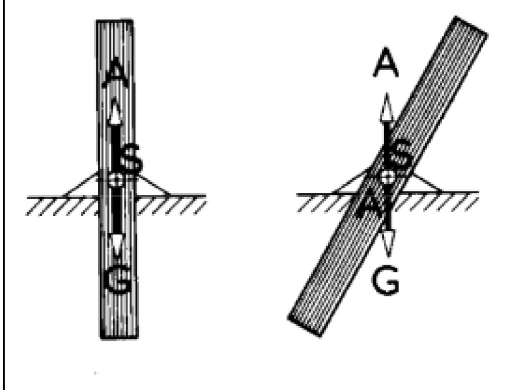
Σχ. 6.6ζ.

Η αδιάφορη ισορροπία, υπάρχει όταν γίνεται μια μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, και το Κ.Β. του ούτε υψώνεται ούτε χαμηλώνει, και δεν προκαλείται ροπή επαναφοράς ούτε ροπή εκτροπής. Οπότε στην κατάσταση ηρεμίας του σώματος, στην αδιάφορη ισορροπία, το Κ.Β. παραμένει στην ίδια θέση υψομετρικά.

Στα επόμενα σχήματα, φαίνεται η αδιάφορη ισορροπία, 1) στην περίπτωση σε σώμα που στηρίζεται στο μέσο του, σε κάποιο σημείο, και 2) σε σφαίρα σε επίπεδο τμήμα του εδάφους, στο σχήμα (6.6.γ), όπου φαίνεται η διαδρομή του Κ.Β.. Η σφαίρα κινείται, απομακρύνεται από την αρχική της θέση χωρίς να υπάρχει ροπή εκτροπής.
και 3. σε εδραζόμενη χαλύβδινη λάμα, στο σχήμα (6.6.ζ), όπου στηρίζεται η χαλύβδινη λάμα στο μέσο άκρο της, αφήνεται κατακόρυφη και παραμένει ακίνητη. Αν στραφεί από κάποιο εξωτερικό αίτιο, η λάμα πάλι θα ισορροπήσει, είτε στην αρχική είτε σε νέα θέση, και θα παραμένει εδραζόμενη στο μέσο της, άρα η ισορροπία είναι αδιάφορη.



Σχ. 6.6γ.



Σχ. 6.6δ.

Γενικότερα,

- ευσταθή ισορροπία, έχουμε όταν σε ένα σώμα ενεργούν πολλές δυνάμεις, και για μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, οι δυνάμεις τείνουν να επαναφέρουν το σώμα στην αρχική του θέση (εμφανίζονται ροπές επαναφοράς)
- ασταθή ισορροπία, έχουμε όταν σε ένα σώμα ενεργούν πολλές δυνάμεις, και για μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, οι δυνάμεις τείνουν να απομακρύνουν το σώμα από αρχική του θέση (εμφανίζονται ροπές εκτροπής)
- αδιάφορη ισορροπία, όταν οι δυνάμεις που επενεργούν στο σώμα, δεν τείνουν να μεταβάλλουν την νέα θέση του σώματος.

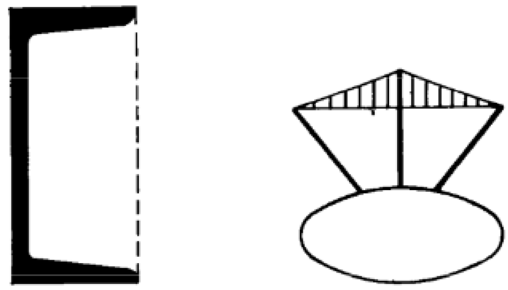
Στις κατασκευές τεχνικών έργων, απαιτούμε ευσταθή ισορροπία.

1.6.1 ευστάθεια

Ευστάθεια είναι η κατάσταση (ή η ιδιότητα) στην οποία ένα σώμα είναι ευσταθές, δηλαδή δεν ανατρέπεται, όταν η ροπή ως προς την μια πλευρά στήριξης όλων των δυνάμεων, που τείνουν να το ανατρέψουν, είναι μικρότερη από την ροπή των δυνάμεων που τείνουν να το επαναφέρουν στην αρχική του θέση. Δηλαδή στην ευστάθεια έχουμε ευσταθή ισορροπία.

Η ευστάθεια ενός σώματος, έχει στενή σχέση με την επιφάνεια στήριξης του σώματος. Επιφάνεια στήριξης μιας κατασκευής είναι η επιφάνεια που σχηματίζεται από τις ευθείες που συνδέουν τα σημεία στήριξης του σώματος. Για παράδειγμα, επιφάνεια στήριξης α) ενός ελάσματος σχήματος [, δηλαδή λυγισμένου σε σχήμα αγκύλης, είναι ένα ορθογώνιο, και β) ενός τρίποδα, είναι το τρίγωνο που σχηματίζουν τα 3 πόδια - σκέλη του.

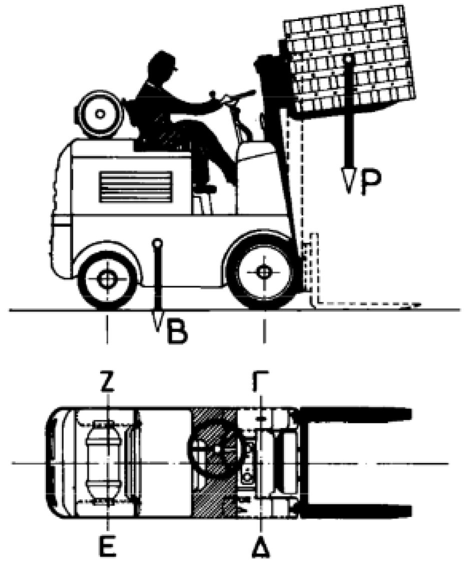
Στην επόμενη σελίδα (σχήμα 6.6.η) φαίνονται η επιφάνεια στήριξης του ελάσματος και του τρίποδα.



Σχ. 6.6η.

Η ευστάθεια σχετίζεται με την επιφάνεια στήριξης. Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στο σώμα, βρίσκεται μέσα στην επιφάνεια στήριξης, τότε το σώμα έχει ευστάθεια (δηλαδή έχει ευσταθή ισορροπία). Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στο σώμα, βρίσκεται έξω στην επιφάνεια στήριξης, τότε το σώμα δεν έχει ευστάθεια, την χάνει, και ανατρέπεται (δηλαδή έχει ασταθή ισορροπία).

Η ευστάθεια ενός σώματος, μπορεί να εξεταστεί με το παράδειγμα ενός περονοφόρου οχήματος, με το οποίο θέλουμε να ανυψώσουμε ένα κιβώτιο βάρους Ρ, και θέλουμε να εξετάσουμε εάν το περονοφόρο όχημα θα παραμείνει ευσταθές ή αν θα ανατραπεί.



Σχ. 6.6θ.

Για να μπορέσουμε να απαντήσουμε, πρέπει να εξετάσουμε την συνισταμένη όλων των δυνάμεων που επιβάλλονται πάνω στο όχημα, οι οποίες είναι το βάρος του κιβωτίου Ρ (το οποίο τείνει να το ανατρέψει) και το βάρος του οχήματος Β (το οποίο τείνει να το επαναφέρει). Από την θέση της συνισταμένης των δυνάμεων (εδώ του βάρους κιβωτίου και του βάρους του οχήματος) εξαρτάται αν το όχημα θα παραμείνει ευσταθές ή αν θα ανατραπεί.

Αν η συνισταμένη βρίσκεται μέσα στην επιφάνεια στήριξης του οχήματος, που είναι η ΓΔΕΖ, το όχημα θα είναι ευσταθές, δηλαδή έχει ευσταθή ισορροπία.

Αν η συνισταμένη βρίσκεται ακριβώς στην εξωτερική γραμμή της επιφάνειας στήριξης, δηλαδή την ΓΔ, τότε το όχημα θα έχει ασταθή ισορροπία.

Αν η συνιστάμενη βρίσκεται εκτός της επιφάνειας στήριξης, το όχημα θα ανατραπεί.

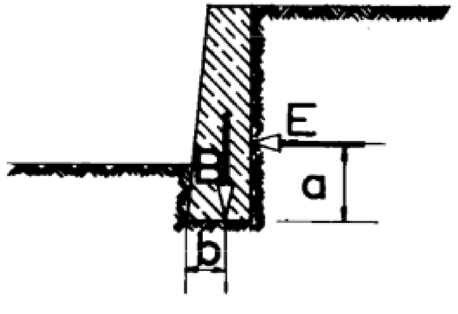
Ο κανόνας εάν ένα σώμα έχει ευστάθεια, χωρίς να χρησιμοποιήσουμε την επιφάνεια στήριξης, μπορεί να εκφραστεί με τις ροπές. Δηλαδή όπως αναφέρθηκε «ένα σώμα είναι ευσταθές, δηλαδή δεν ανατρέπεται, όταν η ροπή ως προς την μια πλευρά στήριξης όλων των δυνάμεων, που τείνουν να το ανατρέψουν, είναι μικρότερη από την ροπή των δυνάμεων που τείνουν να το επαναφέρουν στην αρχική του θέση».

Η ροπή $\mathbf{M_{AN} = E * \alpha}$, λέγεται ροπή ανατροπής, όπου Ε είναι οι δυνάμεις που τείνουν να εκτρέψουν το σώμα, και α είναι η απόσταση των δυνάμεων αυτών από την πλευρά στήριξης, γύρω από την οποία το σώμα τείνει να γείρει και να ανατραπεί.

Η ροπή $\mathbf{M_{E\Pi} = B * b}$, λέγεται ροπή επαναφοράς, όπου Β είναι το βάρος του σώματος (οι δυνάμεις που τείνουν να επαναφέρουν το σώμα), και b είναι η απόσταση του βάρους (των δυνάμεων αυτών) από την πλευρά στήριξης, γύρω από την οποία το σώμα τείνει να γείρει και να ανατραπεί.

Και αναφερόμαστε σε δυνάμεις ανατροπής και επαναφοράς, γιατί οι δυνάμεις ανατροπής μπορεί να μην είναι μόνο 1, και το βάρος μπορεί να μην είναι η μοναδική δύναμη που επιδρά στο σώμα που τείνει να το επαναφέρει.

Στον παρακάτω τοίχο αντιστήριξης, φαίνονται 1) οι δυνάμεις ανατροπής Ε, όπου α είναι η κατακόρυφη απόσταση της Ε από την κάτω αριστερά γραμμή στήριξης του τοίχου αντιστήριξης, οπότε η ροπή ανατροπής είναι $M_{AN} = E * \alpha$, και 2) οι δυνάμεις επαναφοράς, που είναι εδώ το βάρος του Β, και b είναι η οριζόντια απόσταση της Β από την κάτω αριστερά γραμμή στήριξης του τοίχου αντιστήριξης, οπότε η ροπή επαναφοράς είναι $M_{E\Pi} = B * b$.



Σχ. 6.6ι.

Ο κανόνας ελέγχου, για το εάν το σώμα θα παραμείνει ευσταθές ή θα ανατραπεί, δίνεται με την σύγκριση των $M_{AN} = E * α$, και $M_{ΕΠ} = B * b$.

Αν $\mathbf{M_{AN} < M_{ΕΠ}}$, το σώμα παραμένει ευσταθές

Αν $\mathbf{M_{AN} > M_{ΕΠ}}$, το σώμα θα ανατραπεί.

Ο λόγος $\mathbf{ν = M_{ΕΠ} / M_{AN}}$, λέγεται συντελεστής ασφαλείας, και καθορίζει την ασφάλεια που υπάρχει σχετικά με τον κίνδυνο ανατροπής του σώματος. Πρέπει να είναι πάντα μεγαλύτερος από την μονάδα, και οι κανονισμοί συνήθως απαιτούν να είναι $ν \geq 1.5$

Παράδειγμα.

Ένα κομμάτι από δρύινο ξύλο (βελανιδιάς) έχει διατάσεις 40 * 80 * 120 εκ, και έχει βάρος 350 kg. Ποια οριζόντια δύναμη απαιτείται για την ανατροπή του κομματιού ξύλου, εάν η δύναμη ενεργεί στην ψηλότερη πλευρά του ξύλου, και το ξύλο στηρίζεται (επιφάνεια έδρασης)
α) στην μικρότερη του πλευρά - επιφάνεια 40 * 80
β) στην μεσαία του πλευρά - επιφάνεια 40 * 120
γ) στην μεγάλη του πλευρά - επιφάνεια 80 * 120

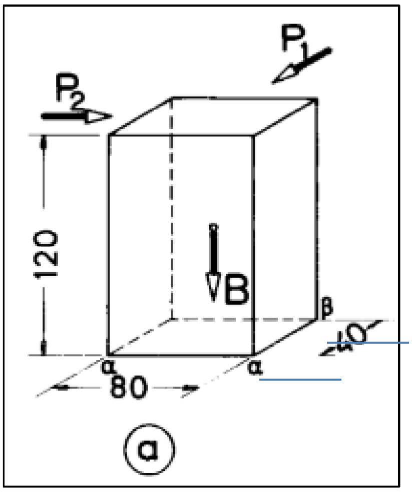
Λύση

Το Κ.Β. του ξύλου βρίσκεται κατακόρυφα στο μέσο του ύψους του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, και οριζόντια στο Κ.Β. της επιφάνειας στήριξης (δηλαδή στο μέσο κατά Χ και κατά Ψ).

Για να ανατραπεί το ξύλο, πρέπει η ροπή ανατροπής της κάθε δύναμης, ως προς τον εκάστοτε άξονα περιστροφής της γραμμής στήριξης της επιφάνειας έδρασης, να είναι μεγαλύτερη από την ροπή επαναφοράς του βάρους ως προς τον ίδιο άξονα.

Σε κάθε μια από τις 3 περιπτώσεις, που το σώμα στηρίζεται στην μικρή, στην μεσαία, και στην μεγάλη πλευρά, εξετάζουμε δύο ενδεχόμενα, με την δύναμη πρώτα κατά Χ και μετά κατά Ψ. Αυτό γιατί η περιστροφή του σώματος, μπορεί να γίνει γύρω από τους 2 άξονες περιστροφής, που βρίσκονται στις γραμμές στήριξης.

Οι δυνάμεις που προκαλούν την περιστροφή, και μπορούν να προκαλέσουν την ανατροπή, γενικά είναι διαφορετικές ανά διεύθυνση της κάθε πλευράς.



Εδώ το ξύλο στηρίζεται στην μικρότερη του πλευρά - επιφάνεια 40 * 80.

<u>Εξετάζουμε πρώτα στον Χ άξονα</u>, δηλαδή την δύναμη P_2 , η οποία τείνει να ανατρέψει το σώμα, γύρω από την γραμμή στήριξης την αβ κάτω δεξιά. Ηα είναι το ύψος της 1ης περίπτωσης.

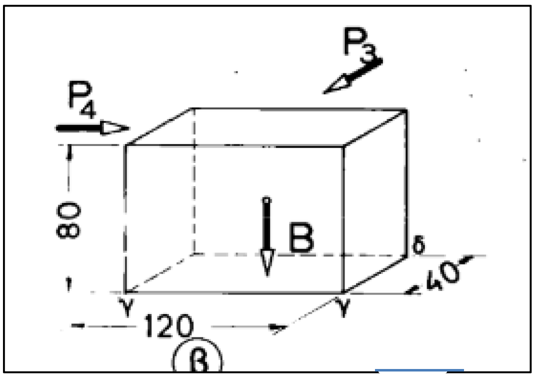
Το σώμα θα ανατραπεί εάν $\mathbf{M_{AN} > M_{EП}}$ **=>** $\mathbf{P_2 * H\alpha > B * (\alpha\alpha)/2}$

=> $P_2 * 120 > 350 * 80/2$ => $P_2 * 120 > 350 * 40$ => $P_2 > 350 * 40 / 120$ => $P_2 > 116,5$

<u>Κατά Ψ άξονα</u>, επιδράει η P_1, που τείνει να ανατρέψει το σώμα γύρω από την αα κάτω μπροστά.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν $\mathbf{M_{AN} > M_{EП}}$ **=>** $\mathbf{P_1 * H\alpha > B * (\alpha\beta)/2}$

=> $P_1 * 120 > 350 * 40/2$ => $P_1 * 120 > 350 * 20$ => $P_1 > 350 * 20 / 120$ => $P_1 > 58,3$



<u>Εξετάζουμε πρώτα στον Χ άξονα</u>, δηλαδή την δύναμη P_4, η οποία τείνει να ανατρέψει το σώμα, γύρω από την γραμμή στήριξης την γδ κάτω δεξιά. H_β είναι το ύψος της 2ης περίπτωσης.

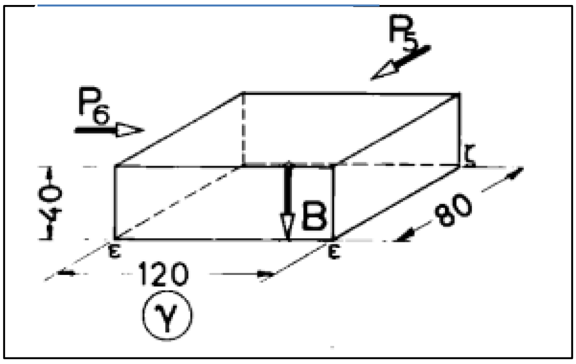
Το σώμα θα ανατραπεί εάν **M_{AN} > $M_{ΕΠ}$ => P_4 * $H_β$ > B * (γγ)/2**

=> P_4 * 80 > 350 * 120/2 => P_4 * 80 > 350 * 60 => P_4 > 350 * 60 / 80 => P_4 > 262,5

<u>Κατά Ψ άξονα</u>, επιδράει η P_3, που τείνει να ανατρέψει το σώμα γύρω από την γγ κάτω μπροστά.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν **M_{AN} > $M_{ΕΠ}$ => P_3 * $H_β$ > B * (γδ)/2**

=> P_3 * 80 > 350 * 40/2 => P_3 * 80 > 350 * 20 => P_3 > 350 * 20 / 80 => P_3 > 87,5



<u>Εξετάζουμε πρώτα στον Χ άξονα</u>, δηλαδή την δύναμη P_6, η οποία τείνει να ανατρέψει το σώμα, γύρω από την γραμμή στήριξης την εζ κάτω δεξιά. $H_γ$ είναι το ύψος της 3ης περίπτωσης.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν **M_{AN} > $M_{ΕΠ}$ => P_6 * $H_γ$ > B * (εε)/2**

=> P_6 * 40 > 350 * 120/2 => P_6 * 40 > 350 * 60 => P_6 > 350 * 60 / 40 => P_6 > 525

<u>Κατά Ψ άξονα</u>, επιδράει η P_5, που τείνει να ανατρέψει το σώμα γύρω από την εε κάτω αριστερά.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν **M_{AN} > $M_{ΕΠ}$ => P_5 * $H_γ$ > B * (εζ)/2**

=> P_5 * 40 > 350 * 80/2 => P_5 * 40 > 350 * 40 => P_5 > 350 * 40 / 40 => P_5 > 350