

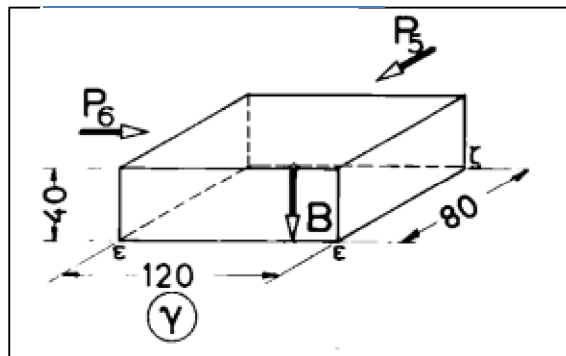
Το σώμα θα ανατραπεί εάν $M_{AN} > M_{EΠ} \Rightarrow P_4 * H_{\beta} > B * (\gamma\gamma)/2$

$$\Rightarrow P_4 * 80 > 350 * 120/2 \Rightarrow P_4 * 80 > 350 * 60 \Rightarrow P_4 > 350 * 60 / 80 \Rightarrow P_4 > 262,5$$

Κατά Ψ άξονα, επιδράει η P_3 , που τείνει να ανατρέψει το σώμα γύρω από την γγ κάτω μπροστά.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν $M_{AN} > M_{EΠ} \Rightarrow P_3 * H_{\beta} > B * (\gamma\delta)/2$

$$\Rightarrow P_3 * 80 > 350 * 40/2 \Rightarrow P_3 * 80 > 350 * 20 \Rightarrow P_3 > 350 * 20 / 80 \Rightarrow P_3 > 87,5$$



Εξετάζουμε πρώτα στον X άξονα, δηλαδή την δύναμη P_6 , η οποία τείνει να ανατρέψει το σώμα, γύρω από την γραμμή στήριξης την εζ κάτω δεξιά. H_{γ} είναι το ύψος της 3^{ης} περίπτωσης.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν $M_{AN} > M_{EΠ} \Rightarrow P_6 * H_{\gamma} > B * (\epsilon\epsilon)/2$

$$\Rightarrow P_6 * 40 > 350 * 120/2 \Rightarrow P_6 * 40 > 350 * 60 \Rightarrow P_6 > 350 * 60 / 40 \Rightarrow P_6 > 525$$

Κατά Ψ άξονα, επιδράει η P_5 , που τείνει να ανατρέψει το σώμα γύρω από την εε κάτω αριστερά.

Το σώμα θα ανατραπεί εάν $M_{AN} > M_{EΠ} \Rightarrow P_5 * H_{\gamma} > B * (\epsilon\zeta)/2$

$$\Rightarrow P_5 * 40 > 350 * 80/2 \Rightarrow P_5 * 40 > 350 * 40 \Rightarrow P_5 > 350 * 40 / 40 \Rightarrow P_5 > 350$$

Παράρτημα 4. Κεφάλαιο 2ο «Μηχανική» Β' εξαμήνου ΔΙΕΚ, που ισοδυναμεί με το κεφάλαιο 7^ο «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη

Παρατίθενται τα περιεχόμενα του κεφαλαίου 7, του βιβλίου «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη, εκδόσεων Ιδρύματος Ευγενίδη. Το ανωτέρω βιβλίο μπορεί να ανακτηθεί από εδώ

https://www.eef.edu.gr/media/2200/e_f00019.pdf

Τα περιεχόμενα του βιβλίου για το κεφάλαιο 7, που ισοδυναμεί με το κεφάλαιο 2 της ύλης μας, είναι τα παρακάτω

| ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ | |
|--|-----|
| Μετάδοση της περιστροφικής κινήσεως | |
| 7.1 Γενικά | 99 |
| 7.2 Ιμαντοκίνηση | 100 |
| 7.3 Αλυσσοκίνητη | 102 |
| 7.4 Οδοντοκίνηση | 102 |

Παρατηρούμε ότι υπάρχει ταύτιση της ύλης του οδηγού σπουδών με τα αντίστοιχα κεφάλαια του βιβλίου Μηχανική, του Ευγενιδείου Ιδρύματος.

Μετά από την παράθεση του βιβλίου, που αποτελεί και το κύριο εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα, θα ακολουθήσουν επεξηγήσεις, διασαφήνιση κάποιων πραγμάτων, επίλυση πρωτότυπων παραδειγμάτων για τα οποία δεν υπάρχουν, αλλά και επίλυση κάποιων των προς λύση ασκήσεων.

Παρατίθενται παρακάτω, αυτούσιο, το ανωτέρω αναφερόμενο 6^ο κεφάλαιο του ανωτέρω βιβλίου «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη, εκδόσεων Ιδρύματος Ευγενίδη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

7.1 Γενικά.

Συχνά στην πράξη παρουσιάζεται η ανάγκη να μεταδοθεί η περιστροφική κίνηση από ένα άξονα σε άλλο.

Η μετάδοση αυτή γίνεται κατά διάφορους τρόπους. Οι τρόποι αυτοί ταξινομούνται ανάλογα με τα **μέσα που χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση.**

Τα μέσα ή συστήματα που χρησιμοποιούνται είναι:

- α) Ο ιμάντας, που διαμορφώνει την ιμαντοκίνηση.
- β) Η αλυσίδα, που διαμορφώνει την αλυσοκίνηση.
- γ) Οι οδοντωτοί τροχοί, που διαμορφώνουν την οδοντοκίνηση.

Πριν αναπτυχθούν τα διάφορα συστήματα μεταδόσεως κινήσεως, είναι ανάγκη να δοθεί κάποια ορολογία, απαραίτητη για την εύκολη διατύπωση και σωστή κατανόηση όλων των σχετικών με τη μετάδοση της περιστροφικής κινήσεως.

1. Σε κάθε μετάδοση κινήσεως βασικά απαιτούνται δύο άξονες. Ο ένας χαρακτηρίζεται ως *κινητήριο* και ο άλλος ως *κινούμενος*.

Συνήθως οι στροφές του κινητηρίου άξονα εκφράζονται με αριθμό μεγαλύτερο από τις στροφές του κινούμενου. Με τη μετάδοση δηλαδή της κινήσεως συνήθως επιχειρείται **υποβιβασμός** των στροφών ανά λεπτό, στον κινούμενο άξονα.

2. Σχέση μεταδόσεως (i) λέγεται ο λόγος:

$$i = \frac{n_2}{n_1}$$

όπου n_1 είναι η περιστροφική ταχύτητα του κινητηρίου άξονα και

n_2 είναι η περιστροφική ταχύτητα του κινούμενου άξονα.

Συνήθως ο λόγος αυτός είναι μικρότερος της μονάδας (υποβιβασμός στροφών).

Έτσι έχουμε π.χ. $i=1:3$ ή $i=1:4$ κλπ. που σημαίνουν αντίστοιχα:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4} \quad \text{κ.ο.κ.}$$

3. Με απλή μετάδοση, δηλαδή με δυο άξονες, δεν είναι δυνατό να επιτευχθεί πάρα πολύ μεγάλη σχέση υποβιβασμού. Γι' αυτό, όταν θέλουμε να επιτύχουμε μεγαλύτερη σχέση, όπως π.χ. μια σχέση υποβιβασμού 1:100, τότε καταφεύγουμε σε

«πολλαπλή σχέση μεταδόσεως». Αυτό σημαίνει **κλιμακωτή** μείωση των στροφών με περισσότερα από ένα ζεύγη μεταδόσεως (περισσότερα ζεύγη αξόνων) π.χ.: σχέση μεταδόσεως 1 : 100 επιτυγχάνεται με μια τριπλή κλιμάκωση.

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4,16}$$

που σημαίνει ότι η συνολική σχέση θα εξισωθεί με μια τριπλή σχέση μεταδόσεως,

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} \cdot \frac{n_4}{n_3}$$

και όπου

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4}, \quad \frac{n_3}{n_2} = \frac{1}{6}, \quad \frac{n_4}{n_3} = \frac{1}{4,16}$$

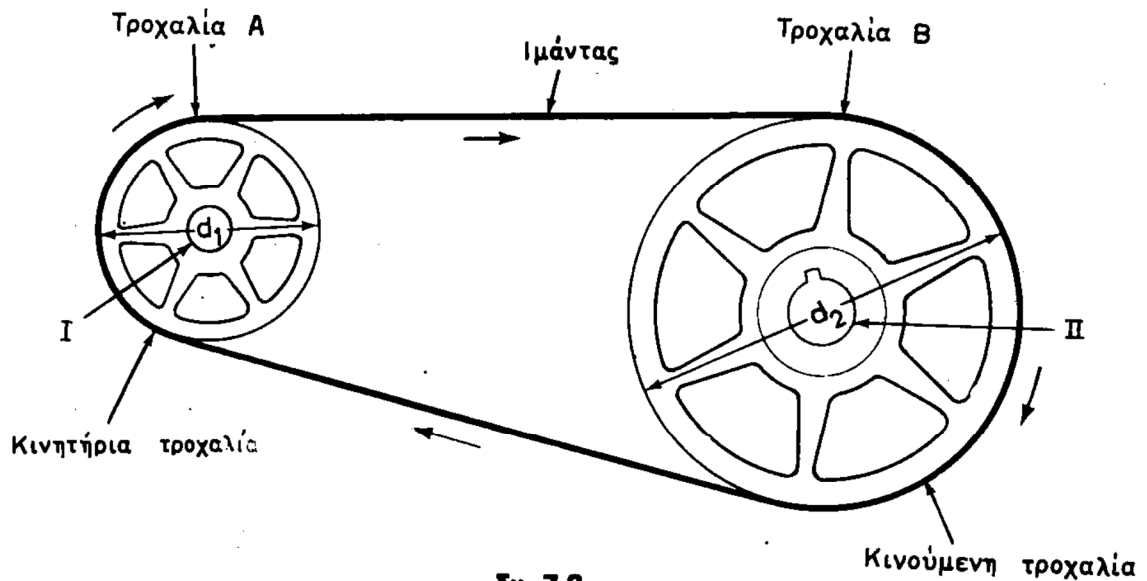
4. Το να υπολογισθεί σωστά ποιος συνδυασμός σχέσεων μεταδόσεως συμφέρει και το αν πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο α ή ο β τρόπος μεταδόσεως, συνιστούν την όλη **μελέτη της μεταδόσεως**, που σε ορισμένες περιπτώσεις και δύσκολη είναι και περίπλοκη.

7.2 Ιμαντοκίνηση.

Έστω ότι έχουμε δυο άξονες I και II παράλληλους και ζητείται να μεταβιβασθεί η περιστροφική κίνηση από τον ένα άξονα (I) στον άλλο (II). Για το σκοπό αυτό.

α) Εξοπλίζεται ο καθένας με μια **τροχαλία**.

β) Περιβάλλονται οι δυο τροχαλίες με έναν ατέρμονα ιμάντα, που τεντώνεται καλά, ώστε η πρόσφυσή του με τις επιφάνειες των τροχαλιών να είναι όσο μπορεί πιο τέλεια (σχ. 7.2).



Σχ. 7.2.

Αν η διάμετρος της τροχαλίας A του άξονα I είναι d_1 και περιστρέφεται αυτός με n_1 στροφές στο λεπτό, η ταχύτητα ενός σημείου του ιμάντα ισούται με την περιφε-

ρειακή ταχύτητα της τροχαλίας A, δηλαδή είναι ίση προς:

$$u_A = u_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60}$$

Αφού ο ιμάντας περιβάλλει και την τροχαλία B, μεταβιβάζει με την πρόσφυση που έχει, πάνω στην επιφάνειά της, την περιφερειακή ταχύτητα και στην τροχαλία αυτή: και έτσι αναγκάζεται η τροχαλία B να κινηθεί με τόσες στροφές ώστε να έχει την ίδια περιφερειακή ταχύτητα με την u_1 .

Κατόπιν αυτού έχουμε:

$$\frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi d_2 n_2}{60} \quad \text{ή}$$

$$d_1 n_1 = d_2 n_2$$

$$\boxed{\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}} \quad (1)$$

Από τη σχέση αυτή βλέπουμε ότι ο λόγος των περιστροφικών ταχυτήτων των δυο τροχαλιών είναι αντίστροφα ανάλογος προς τις διαμέτρους των τροχαλιών. Στη **μεγαλύτερη** δηλαδή διάμετρο αντιστοιχούν οι **λιγότερες** στροφές.

Παράδειγμα.

Τροχαλία ηλεκτροκινητήρα διαμέτρου $\varnothing 180\text{mm}$ με στροφές 1450/min μεταδίδει κίνηση σε παράλληλο άξονα με 600στρ/min. Τί διαμέτρου τροχαλία πρέπει να τοποθετηθεί στον άξονα II;

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_1 &= 180\text{mm} & n_1 &= 1450 \text{ στρ/min} \\ d_2 &= ; & n_2 &= 600 \text{ στρ/min} \end{aligned}$$

Λύση.

$$d_2 = d_1 \frac{n_1}{n_2} = 180 \frac{1450}{600} \quad \text{και άρα} \quad d_2 = 435\text{mm}$$

Παρατηρήσεις.

– Στις ιμαντοκινήσεις με επίπεδο ιμάντα συνήθως στον άξονα II δεν επιτυγχάνεται ο **υπολογιστικός αριθμός** περιστροφών, επειδή κατά τη μετάδοση της κίνησης παρατηρείται **μικρή ολίσθηση του ιμάντα πάνω στην τροχαλία B**. Έτσι ο πραγματικός αριθμός περιστροφών n_2 της κινούμενης τροχαλίας μπορεί να είναι ελαφρά μικρότερος του υπολογιστικού το πολύ μέχρι 5%. Στο παράδειγμά μας δηλαδή αντί 600 στρ/min μπορεί να φτάσουν το λιγότερο 570 στροφές.

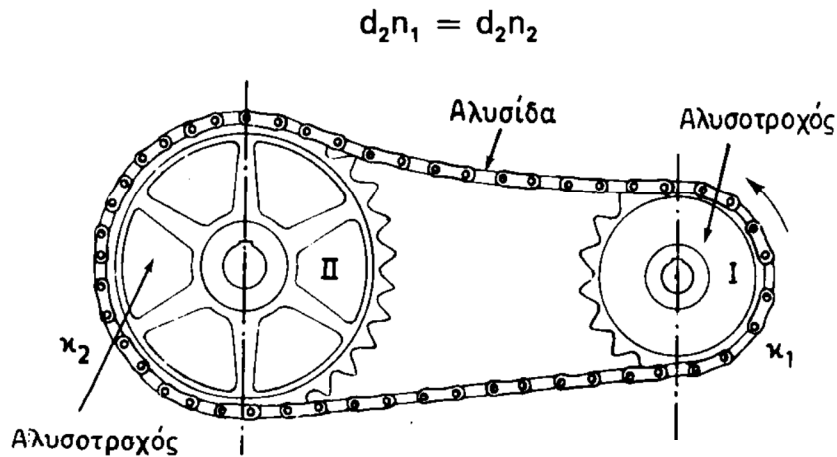
– Με την επινόηση των «τραπεζοειδών ιμάντων», δηλαδή των ιμάντων με διατομή σχήματος τραπεζίου, επιτυγχάνεται ώστε η ολίσθηση του ιμάντα να περιοριστεί σε όρια πολύ μικρά (κάτω από 2%).

7.3 Αλυσοκίνηση.

Η αλυσοκίνηση διαφέρει από την ιμαντοκίνηση στο ότι αντί για τροχαλίες χρησιμοποιούνται οδοντωτοί τροχοί (**αλυσοτροχοί**) και αντί για ιμάντες χρησιμοποιείται ατέρμονη **αλυσίδα** (σχ. 7.3).

Και στην περίπτωση της αλυσοκινήσεως ο λόγος των τιμών της περιστροφικής ταχύτητας δυο αλυσοτροχών, που συνδέονται με αλυσίδα, είναι αντίστροφα ανάλογος προς το λόγο των αρχικών διαμέτρων τους.

Και στην περίπτωση της αλυσοκινήσεως ισχύει η ίδια σχέση μεταδόσεως:



Σχ. 7.3.
Απλή αλυσοκίνηση.

Παρατηρήσεις.

- Στην αλυσοκίνηση δεν υπάρχει το φαινόμενο της ολισθήσεως και έτσι ταυτίζεται στην πράξη ο αριθμός των στροφών που υπολογίζεται με αυτόν που επιτυγχάνεται.
- Με την αλυσοκίνηση επιτυγχάνεται εξοικονόμηση χώρου, πολύ απαραίτητη πολλές φορές για λόγους κατασκευαστικούς.
- Στην αλυσοκίνηση αντίθετα δεν επιτρέπονται μεγάλες περιφερειακές ταχύτητες, σαν αυτές που χρησιμοποιούνται στην ιμαντοκίνηση, για λόγους υπέρμετρης φθοράς των αλυσίδων.

7.4 Οδοντοκίνηση.

Στην οδοντοκίνηση καταργούνται οι τροχαλίες και οι αλυσοτροχοί και τη θέση τους παίρνουν οι **οδοντωτοί τροχοί** (γρανάζια). Ο κάθε άξονας αντί για τροχαλία φέρει έναν οδοντωτό τροχό. Οι δυο αυτοί οδοντωτοί τροχοί έρχονται σε **άμεση εμπλοκή** και με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η μετάδοση της κινήσεως από τον ένα άξονα στον άλλο (σχ. 7.4α).

Και στην περίπτωση της οδοντοκινήσεως έχουμε ανάλογη σχέση με την:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

με μόνη τη διαφορά ότι επειδή στην οδοντοκίνηση:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

τελικά η σχέση καταλήγει στη:

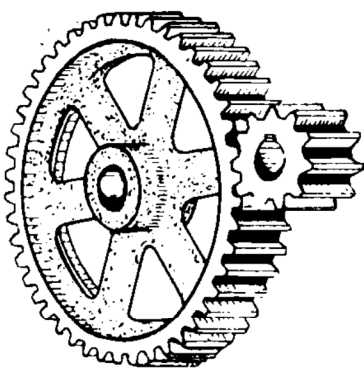
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad \text{ή} \quad \boxed{n_2 z_1 = n_1 z_2}$$

όπου z_1, z_2 είναι οι αριθμοί των δοντιών του ενός και του άλλου οδοντωτού τροχού.

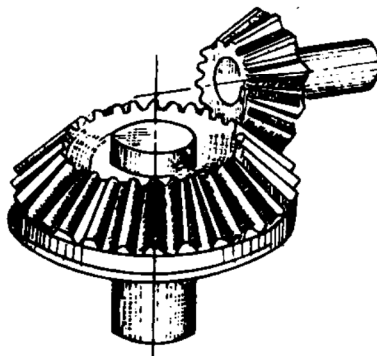
Άλλο σπουδαίο προσόν της οδοντοκίνησης είναι ότι μπορεί να πετύχει μετάδοση κινήσεως από τον ένα άξονα στον άλλο, και όταν ακόμη η θέση των αξόνων είναι τυχαία στο χώρο, πράγμα που δεν είναι κατορθωτό ούτε στην ιμαντοκίνηση ούτε στην αλυσοκίνηση.

Έτσι διακρίνονται οι οδοντοκινήσεις.

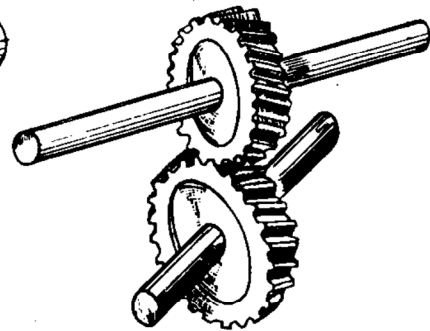
α) με **παράλληλους οδοντωτούς τροχούς**, όταν δηλαδή οι δυο άξονες είναι παράλληλοι (σχ. 7.4α),



Σχ. 7.4α.



Σχ. 7.4β.



Σχ. 7.4γ.

β) με **κωνικούς τροχούς**, όταν οι δυο άξονες διασταυρώνονται κάθετα (σχ. 7.4β),

γ) με **ελικοειδείς οδοντωτούς τροχούς** που επιτρέπουν μετάδοση περιστροφικής κινήσεως σε άξονες που δεν βρίσκονται σε ένα επίπεδο (άξονες ασύμβατοι) (σχ. 7.4γ).

Κεφάλαιο 2. Στοιχεία κινηματικής των στερεών

Όπως αναφέρθηκε, μετά από την παράθεση του 6^{ου} κεφαλαίου του βιβλίου, που αποτελεί και το κύριο εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα, ακολουθούν επεξηγήσεις, διασαφήνιση κάποιων πραγμάτων, επίλυση πρωτότυπων παραδειγμάτων για τα οποία δεν υπάρχουν, αλλά και επίλυση κάποιων των προς λύση ασκήσεων. Οι παρούσες σημειώσεις δεν έχουν σκοπό να αντικαταστήσουν το βιβλίο αυτό, το οποίο διδασκόταν για δεκαετίες, αλλά να συμπληρώσουν και να αποσαφηνίσουν κάποια πράγματα, καθώς και να επιλύσουν τις ασκήσεις λυμένες και άλυτες, και να προσθέσουν κάποια παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση της ύλης.

2.1 μετάδοση της περιστροφικής κίνησης

Συχνά υπάρχει η ανάγκη να μεταδοθεί η περιστροφική κίνηση από τον ένα άξονα στον άλλον, σε κατασκευές. Αυτή η μετάδοση κίνησης μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους, οι οποίοι ταξινομούνται με χρησιμοποιούμενα μέσα. Τα μέσα ή συστήματα που χρησιμοποιούνται για μετάδοση κίνησης είναι α) οι ιμάντες (πχ στο ταμείο του σουπερμάρκετ ή ο ιμάντας χρονισμού στα αυτοκίνητα), με τους οποίους έχουμε την ιμαντοκίνηση, β) η αλυσίδα (πχ στο ποδήλατο), με την οποία έχουμε την αλυσοκίνηση, και γ) οι οδοντωτοί τροχοί (γρανάζια), με τους οποίους έχουμε την οδοντοκίνηση.

Παρακάτω παρατίθεται η ορολογία για την διατύπωση και κατανόηση της μετάδοσης της περιστροφικής κίνησης.

Σε κάθε είδους μετάδοση κίνησης, υπάρχουν (τουλάχιστον) 2 άξονες και το μέσο. Ο πρώτος άξονας λέγεται κινητήριο (που δίνει την κίνηση), το μέσο όπως ιμάντας, αλυσίδα ή οδοντωτοί τροχοί, και ο άλλος άξονας λέγεται κινούμενος (που παραλαμβάνει την κίνηση του κινητήριου άξονα, μέσω του μέσου).

Οι στροφές ανά λεπτό του κινητήριου άξονα, μεταδίνονται ή ίσες ή λιγότερες στον κινούμενο άξονα. Συνήθως μεταδίνονται λιγότερες στροφές, δηλαδή υπάρχει υποβιβασμός των στροφών ανά λεπτό στον κινούμενο άξονα. Υποβιβασμός γίνεται συνήθως στους ιμάντες, ενώ στις αλυσίδες και οδοντωτούς τροχούς δεν γίνεται.

Η σχέση μετάδοσης i είναι ο λόγος των στροφών n_2 του κινούμενου άξονα (δηλαδή η *περιστροφική του ταχύτητα σε στροφές ανά λεπτό*), προς τις στροφές n_1 του κινητήριου άξονα (δηλαδή η *περιστροφική του ταχύτητα σε στροφές ανά λεπτό*). Δηλαδή ισχύει

$$i = \frac{n_2}{n_1}$$

Συνήθως ο λόγος αυτός είναι μικρότερος από 1, όταν υπάρχει υποβιβασμός των στροφών, και είναι ίσος με 1 όταν δεν υπάρχει υποβιβασμός.

Όταν έχουμε $i = 1/3$ ή $i = 1/4$, αυτό σημαίνει

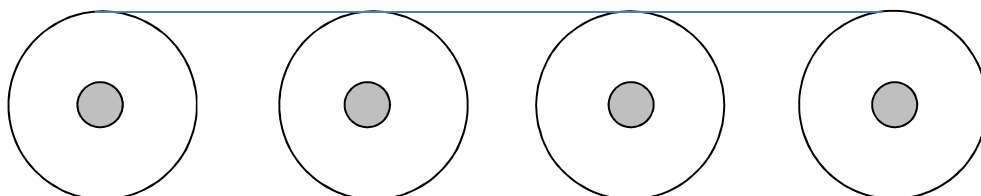
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4} \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Με απλή μετάδοση, που γίνεται με 2 άξονες, δεν μπορούμε να πετύχουμε πολύ μεγάλη σχέση υποβιβασμού των στροφών. Τότε χρησιμοποιούμε περισσότερους άξονες, και έχουμε πολλαπλή σχέση μετάδοσης, με περισσότερα ζεύγη μετάδοσης δηλαδή με περισσότερα ζεύγη αξόνων, οπότε επιτυγχάνεται κλιμακωτή μείωση των στροφών.

Ο σωστός υπολογισμός σχέσεων μετάδοσης κίνησης, με τον οποίον εξετάζεται αν συμφέρει να χρησιμοποιηθούν οι διάφοροι τρόποι μετάδοσης, λέγεται μελέτη μετάδοσης, και σε ορισμένες περιπτώσεις είναι εργασία δύσκολη και περίπλοκη.

Παράδειγμα

Έστω ότι έχουμε 4 άξονες, όπου ο 2^{ος} (κινούμενος) άξονας υποβιβάζει τις στροφές του κινητήριου 1^{ου} άξονα, και ο 3^{ος} υποβιβάζει τις στροφές του 2^{ου}, και ο 4^{ος} υποβιβάζει τις στροφές του 3^{ου}, κ.ο.κ. Δηλαδή έχουμε πολλαπλή σχέση μετάδοσης, με κλιμακωτή μείωση των στροφών, που επιτυγχάνεται με περισσότερα ζεύγη μετάδοσης, δηλαδή με περισσότερα ζεύγη αξόνων.



| άξονας 1 | άξονας 2 | άξονας 3 | άξονας 4 |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| n_1 | n_2 | n_3 | n_4 |
| | $i_{12} = n_2 / n_1$ | $i_{23} = n_3 / n_2$ | $i_{34} = n_4 / n_3$ |

Άρα, όταν έχουμε 4 άξονες, η συνολική σχέση μετάδοσης δίνεται από την εξίσωση, που απεικονίζει τριπλή σχέση μετάδοσης

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} \cdot \frac{n_4}{n_3}$$

Αν θέλαμε να πετύχουμε σχέση μετάδοσης $1/100$ (δηλαδή υποβιβασμό στροφών) θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε 4 άξονες, την παρακάτω τριπλή σχέση μετάδοσης

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4,16}$$

Δηλαδή θα έχουμε

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4}, \quad \frac{n_3}{n_2} = \frac{1}{6}, \quad \frac{n_4}{n_3} = \frac{1}{4,16}$$

Παράδειγμα

Εάν ο άξονας I έχει $n_1 = 1000$ στροφές/min,

Ο άξονας II για σχέση υποβιβασμού $I_{12} = n_2 / n_1 = 1 / 4$, θα έχει $\Rightarrow n_2 = n_1 * I_{12} = 1000 * (1/4) = 250$ στροφές/min

Ο άξονας III για σχέση υποβιβασμού $I_{23} = n_3 / n_2 = 1 / 6$, θα έχει $\Rightarrow n_3 = n_2 * I_{23} = 250 * (1/6) = 41,67$ στροφές/min

Ο άξονας IV για σχέση υποβιβασμού $I_{34} = n_4 / n_3 = 1 / 4,16$, θα έχει $\Rightarrow n_4 = n_3 * I_{34} = 41,67 * (1/4,16) = 10,01 = 10$ στροφές/min

Άρα επιτεύχθηκε η πολλαπλή σχέση μετάδοσης, στο παράδειγμα μας με 3 ζεύγη αξόνων, δηλαδή 4 άξονες, πετύχαμε κλιμακωτή μείωση στροφών, και από τον άξονα I με 1000 στροφές/min, φτάσαμε στον άξονα IV με 10 στροφές/min.

2.2 ιμαντοκίνηση

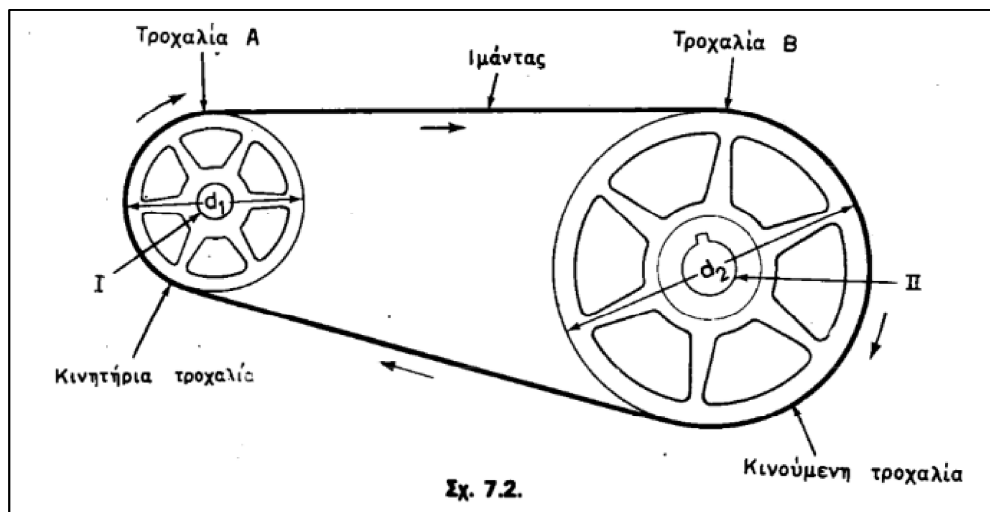
Εάν πχ έχουμε 2 παράλληλους άξονες I και II, και θέλουμε να μεταβιβάσουμε την περιστροφική κίνηση από τον άξονα I στον II, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τροχαλία σε κάθε άξονα, και ιμάντα. Ο ατέρμονας ιμάντας περιβάλλει τις τροχαλίες, και τεντώνεται καλά ώστε να έχει το δυνατόν τέλεια πρόσφυση με την τροχαλία, ώστε να μην έχει ολίσθηση.

Ο άξονας I περιστρέφεται με n_1 στροφές ανά λεπτό, έχει την τροχαλία A με διάμετρο d_1 , η τροχαλία κινείται με περιφερειακή ταχύτητα (αφού περιστρέφεται ο άξονας I), και ο ιμάντας κινείται (εάν έχει τέλεια πρόσφυση και δεν έχει ολίσθηση) με ταχύτητα U_{IM} ίση με την περιφερειακή ταχύτητα της τροχαλίας U_A ή U_1

Από την Φυσική¹, γνωρίζουμε ότι η γωνιακή ταχύτητα ω , ισούται με $\omega = \delta\theta / \delta t$, δηλαδή πόση γωνία διαγράφει στην μονάδα του χρόνου, και επίσης $\omega = 2\pi / T$, όπου $\pi = 3.14$, και T η περίοδος της κυκλικής κίνησης (δηλαδή πόσο χρόνο κάνει για να έχει 1 πλήρη στροφή). Η ω μετράται σε rad/sec.

¹ <https://fysikafysikh.wordpress.com/2014/11/07/ταχύτητες-και-επιταχύνσεις-στη-περισ/>

Όμως $T = 1 / \nu$, όπου ν = συχνότητα, δηλαδή πόσες στροφές κάνει σε 1 sec. Επίσης από την Φυσική γνωρίζουμε ότι η περιφερειακή ταχύτητα ισούται με $v = \omega * R$, όπου R η ακτίνα, το μισό της διαμέτρου.



Στις ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού, ως συχνότητα χρησιμοποιείται ο αριθμός στροφών n ανά λεπτό, οπότε διαιρείται πάντα με το 60 (για να είναι στο σύστημα μονάδων με sec).

$$\text{Οπότε, } v = \omega * \rho = (2 \pi / T) * \rho = 2 \pi \rho / T = \delta \pi / T = \delta \pi * (1 / T) = \delta \pi \nu = \delta \pi n / 60$$

Οπότε, αφού η ταχύτητα του ιμάντα, λόγω καλής πρόσφυσης, είναι ίση με την περιφερειακή ταχύτητα της τροχαλίας, ισχύει

$$v_A = v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60}$$

Και επειδή η πρόσφυση είναι καλή, η περιστροφική κίνηση της τροχαλίας A ισούται με την γραμμική κίνηση του ιμάντα, και με την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας B, τότε ισχύει

$$\frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi d_2 n_2}{60} \quad \text{ή}$$

$$d_1 n_1 = d_2 n_2$$

Δηλαδή $\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (1)

Η εξίσωση (1) είναι η βασική εξίσωση που χρησιμοποιείται στο κεφάλαιο αυτό.

Παράδειγμα

Άξονας I, με τροχαλία A διαμέτρου $d_1 = 180 \text{ mm}$, με συχνότητα $n_1 = 1450$ στροφές/min, μεταδίδει την κίνηση, με μάντα, σε τροχαλία B του άξονα II, διαμέτρου d_2 , με $n_2 = 600$ στροφές/min. Να βρεθεί (α) η διάμετρος της δεύτερης τροχαλίας, (β) ο λόγος υποβιβασμού των στροφών, (γ) η γωνιακή ταχύτητα, και (δ) η περιφερειακή ταχύτητα της τροχαλίας A, που ισούται με την γραμμική ταχύτητα του μάντα, και με την περιφερειακή ταχύτητα της τροχαλίας B.

Λύση

A) ισχύει
$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow d_2 = d_1 * n_1 / n_2 = 180 * 1450 / 600 = 435 \text{ mm}$$

B) ο υποβιβασμός των στροφών ισούται με $i_{12} = n_2 / n_1$

$$\Rightarrow i_{12} = 600 / 1450 = 0.413 \Rightarrow i_{12} = 1 / 2,417$$

Γ) $\omega = 2 \pi / T = 2 \pi v = 2 \pi n / 60$ και $v = \omega * r$, ή όπως $v = \pi * d * n / 60$

$$\Rightarrow \omega_1 = 2 \pi / T = 2 \pi v_1 = 2 \pi n_1 / 60 = 2 * 3,14 * 1450 / 60 = 151,76 \text{ rad/sec}$$

$$\Delta) v_1 = \omega_1 * r = 151,76 * (1800/2) = 136.590 \text{ mm/sec} = 136 \text{ m/sec}$$

Έλεγχος: $v_1 = \pi * d_1 * n_1 / 60 = 3,14 * 1800 * 1450 / 60 = 136.590 \text{ mm/sec}$ (άρα OK)

Παρατηρήσεις επί μαντοκίνησης

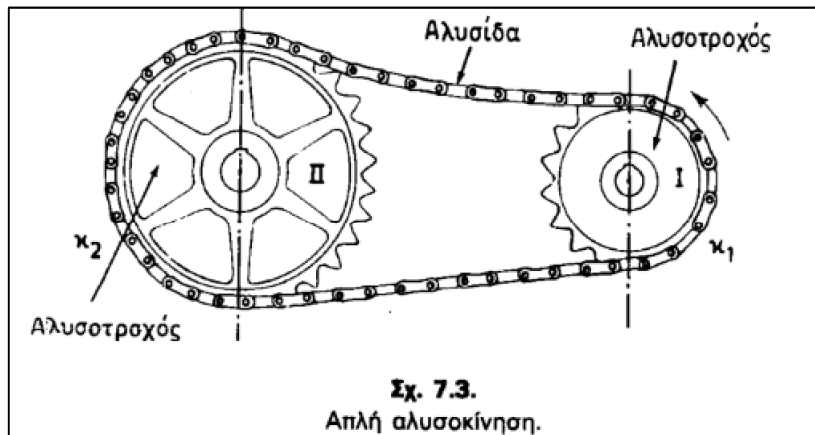
Σε μαντοκίνηση με επίπεδο μάντα, συνήθως στον κινούμενο άξονα II, δεν επιτυγχάνεται ο υπολογιστικός αριθμός στροφών, γιατί κατά την μετάδοση της κίνησης παρατηρείται μια μικρή ολίσθηση του μάντα μετάδοσης κίνησης, πάνω στην τροχαλία B, οπότε ο αριθμός n_2 των στροφών του κινούμενου άξονα II άρα και της τροχαλίας B, θα είναι λίγο μικρότερος του υπολογισμένου, το πολύ μέχρι 5 %.

Στο παράδειγμα, αντί για 600 στροφές/min μπορεί να φτάσει έως 570.

Με την χρήση τραπεζοειδών μάντων, δηλαδή με διατομή σε σχήμα τραπεζίου, μπορούμε να πετύχουμε να έχουμε μικρότερη ολίσθηση, της τάξης του 2 % ή και λιγότερο.

2.3 αλυσοκίνηση

Στην αλυσοκίνηση, αντί για μάντα χρησιμοποιούμε ατέρμονη αλυσίδα, και αντί για τροχαλίες, χρησιμοποιούμε τροχαλία με οδοντωτούς τροχούς. Στην αλυσοκίνηση, λόγω των οδοντωτών τροχών της τροχαλίας - τροχού, δεν εμφανίζεται ολίσθηση, και ταυτίζεται ο αριθμός των στροφών του κινούμενου άξονα, που υπολογίστηκε μαθηματικά, με τον πραγματικό αριθμό στροφών.



Ο λόγος της περιστροφικής ταχύτητας των δύο αξόνων τροχών, είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον λόγο των διαμέτρων τους. Ισχύει δηλαδή η ίδια σχέση μετάδοσης.

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Με την αλυσοκίνηση, επιτυγχάνεται εξοικονόμηση χώρου, που πολλές φορές είναι απαραίτητη για κατασκευαστικούς λόγους. Ακόμη, στην αλυσοκίνηση, δεν επιτρέπονται, μεγάλες περιφερειακές ταχύτητες (όπως επιτρέπονται στην μαντοκίνηση) γιατί υπάρχει κίνδυνος μεγάλης φθοράς των αλυσίδων.

2.4 οδοντοκίνηση

Στην οδοντοκίνηση, δεν χρησιμοποιείται μάντας και τροχαλία (όπως στην μαντοκίνηση), ούτε αλυσίδα και αλυσοτροχός - οδοντωτός τροχός - τροχός με οδοντωτές προεξοχές (όπως στην αλυσοκίνηση), αλλά χρησιμοποιούνται οδοντωτοί τροχοί που λέγονται γρανάζια, και δεν υπάρχει μέσο μεταφοράς της κίνησης, όπως οι μάντες και οι αλυσίδες.

Ισχύει η ίδια εξίσωση για την μετάδοση κίνησης

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Η διαφορά είναι ότι ο λόγος n_2 / n_1 εκφράζεται με ως προς τον αριθμό των γραναζιών z_2 και z_1 , και όχι ως προς τις διαμέτρους των τροχών. Και ο αριθμός των γραναζιών, είναι συνήθως ανάλογος της διαμέτρου του τροχού, δηλαδή $d_1 / d_2 = z_1 / z_2$

Οπότε η εξίσωση μετάδοσης κίνησης, $d_1 / d_2 = n_2 / n_1$, γίνεται

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Παράδειγμα

Άξονας I, με οδοντωτό τροχός A, με γρανάζια $z_1 = 180$, και συχνότητα $n_1 = 1450$ στροφές/min, μεταδίδει την κίνηση, σε άξονα II, με οδοντωτό τροχό B, με γρανάζια z_2 , που έχει $n_2 = 600$ στροφές/min. Να βρεθεί (α) ο αριθμός των δοντιών - γρανάζια του δεύτερου οδοντωτού τροχού, (β) ο λόγος υποβιβασμού των στροφών

Λύση

A) ισχύει $\frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow z_2 = z_1 * n_1 / n_2 = 180 * 1450 / 600 = 435$ γρανάζια

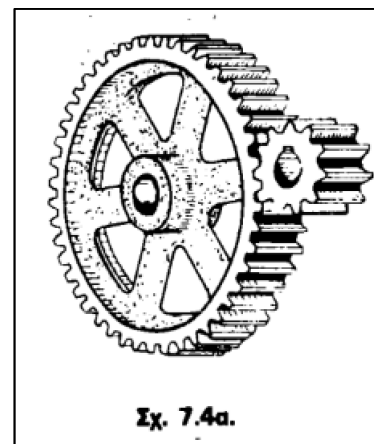
Γ) ο υποβιβασμός των στροφών ισούται με $i_{12} = \frac{n_2}{n_1} = 600 / 1450 = 0.413 \Rightarrow i_{12} = 1 / 2,417$

Παρατηρήσεις επί οδοντοκίνησης

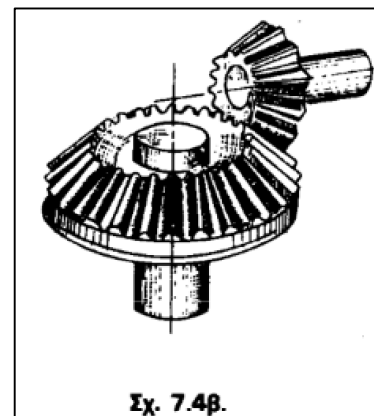
Στην οδοντοκίνηση, μπορεί να επιτευχθεί μετάδοση κίνησης, ακόμα και όταν η θέση των αξόνων είναι τυχαία στον χώρο (φτάνει φυσικά να είναι σε επαφή), Αυτό δεν μπορεί να γίνει στην μαντοκίνηση και στην αλυσοκίνηση, γιατί εκεί οι άξονες πρέπει να είναι πάντα παράλληλοι, (και επίσης η εγκάρσια διατομή της τροχαλίας ή του αλυσοτροχού, βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο).

Οι οδοντοκινήσεις, διακρίνονται σε

α) με παράλληλους οδοντωτούς τροχούς, με παράλληλους άξονες



β) με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς, με άξονες που διασταυρώνονται κάθετα



γ) με ελικοειδείς οδοντωτούς τροχούς, με μετάδοση περιστροφικής κίνησης, σε άξονες ασύμβατους, που δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο

