# Παράρτημα 6. Κεφάλαιο 3ο παράγραφος 3.7 «Μηχανική» Β’ εξαμήνου ΔΙΕΚ, που ισοδυναμεί με το κεφάλαιο 11ο «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη

Παρατίθενται τα περιεχόμενα του κεφαλαίου 11, του βιβλίου «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη, εκδόσεων Ιδρύματος Ευγενίδη. Το ανωτέρω βιβλίο μπορεί να ανακτηθεί από εδώ

https://www.eef.edu.gr/media/2200/e_f00019.pdf

Τα περιεχόμενα του βιβλίου για το κεφάλαιο 11, που ισοδυναμεί με το κεφάλαιο 3ο παράγραφος 3.7, της ύλης μας, είναι τα παρακάτω

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ**

**Κεντρομόλος δύναμη σώματος που εκτελεί ομαλή περιστροφική κίνηση γύρω από άξονα**



Παρατηρούμε ότι υπάρχει ταύτιση της ύλης του οδηγού σπουδών με τα αντίστοιχα κεφάλαια του βιβλίου Μηχανική, του Ευγενιδείου Ιδρύματος.

Μετά από την παράθεση του βιβλίου, που αποτελεί και το κύριο εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα, θα ακολουθήσουν επεξηγήσεις, διασαφήνιση κάποιων πραγμάτων, επίλυση πρωτότυπων παραδειγμάτων για τα οποία δεν υπάρχουν, αλλά και επίλυση κάποιων των προς λύση ασκήσεων.

Παρατίθενται παρακάτω, αυτούσιο, το ανωτέρω αναφερόμενο 11ο κεφάλαιο του ανωτέρω βιβλίου «Μηχανική» των κ.κ. Γκρος & Λαζαρίδη, εκδόσεων Ιδρύματος Ευγενίδη.

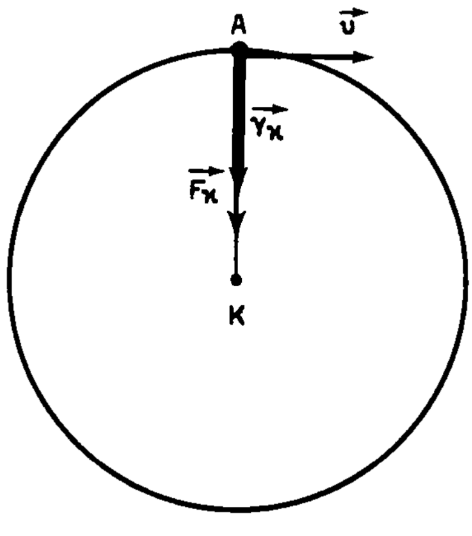
# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ

## ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΚΑΙ ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΟΣ ΔΥΝΑΜΗ

### 11.1 Κεντρομόλος δύναμη.

Από το κεφάλαιο της Φυσικής περί κυκλικής κινήσεως γνωρίζομε τη σχέση που συνδέει την περιφερειακή ταχύτητα υ με τη γωνιακή ω (σχ. 11.1α):

$$υ = ω \cdot r$$



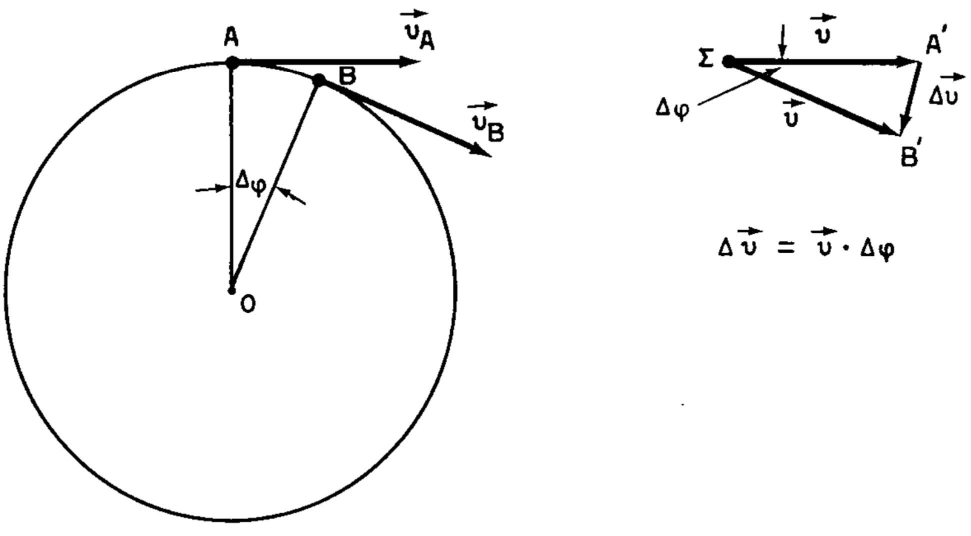

Σχ. 11.1α.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 11.1α, η διεύθυνση της ταχύτητας του κινητού σημείου δεν μένει σταθερή. Αλλάζει συνεχώς από τη μια θέση στην άλλη.

Για να συμβαίνει όμως αυτό, σύμφωνα με το πρώτο αξίωμα της δυναμικής θα πρέπει να ενεργεί στο κινητό συνεχώς κάποια δύναμη. Η δύναμη αυτή που αναγκάζει το κινητό να κινείται σε κυκλική τροχιά λέγεται ***κεντρομόλος δύναμη.***

Μια δύναμη όμως όταν ενεργεί ***συνεχώς*** σε ένα σώμα, σύμφωνα πάλι με το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής, προκαλεί σ' αυτό μια σταθερή επιτάχυνση. Αυτή λοιπόν τη σταθερή επιτάχυνση που προκαλείται από την κεντρομόλο δύναμη την ονομάζομε ***κεντρομόλο επιτάχυνση.***

Έστω υλικό σημείο μάζας m που κινείται σε περιφέρεια που έχει ακτίνα r (σχ. 11.1β). Υποθέτομε ότι κάποια χρονική στιγμή t το κινητό βρίσκεται στη θέση A. Μετά από παρέλευση μικρού χρόνου Δt το κινητό φθάνει στη θέση B (σχ. 11.1β). Στη θέση B το κινητό έχει μεν ταχύτητα υ αλλά διαφορετικής διευθύνσεως. Η $υ_B$ είναι πάλι εφαπτομένη της τροχιάς στο B ενώ η $υ_A$ είναι εφαπτομένη της τροχιάς στο A.




**Σχ. 11.1β.**

Γνωρίζομε από τη Γεωμετρία ότι το τόξο $\overset{\frown}{AB} = r \,.\, Δφ$.

Σχεδιάζομε τώρα το τρίγωνο ΣΑ'Β' με πλευρές τις ταχύτητες του κινητού στα σημεία Α και Β, οπότε βρίσκομε ότι η μεταβολή Δυ της ταχύτητας υ μπορεί, λόγω τής μικρής γωνίας Δφ, αντί για ευθεία Α'Β' να παρασταθεί με το τόξο $\overset{\frown}{A'B'}$, οπότε γράφεται:

$$Δυ = υ \,.\, Δφ$$

Αν διαιρέσομε και τα δύο μέλη με το Δt, δηλαδή το χρόνο μέσα στόν οποίο έγινε αυτή η αλλαγή της ταχύτητας, θα έχομε:

$$\frac{Δυ}{Δt} = υ \cdot \frac{Δφ}{Δt}$$

$$γ = υ \,.\, ω$$

$$γ = υ \cdot \frac{υ}{r} = \frac{υ^2}{r}$$

$$γ = ω^2 \,.\, r$$

Η κεντρομόλος λοιπόν επιτάχυνση διευθύνεται συνεχώς, όπως και η δύναμη, προς το κέντρο και έχει μέτρο το $ω^2 \,.\, r$. Αν m είναι η μάζα του κινητού, τότε ή κεντρομόλος δύναμη θα εκφράζεται με τη σχέση:

$$F_κ = m \cdot \frac{υ^2}{r} \qquad ή$$

$$F_\kappa = m\omega^2 \cdot r$$

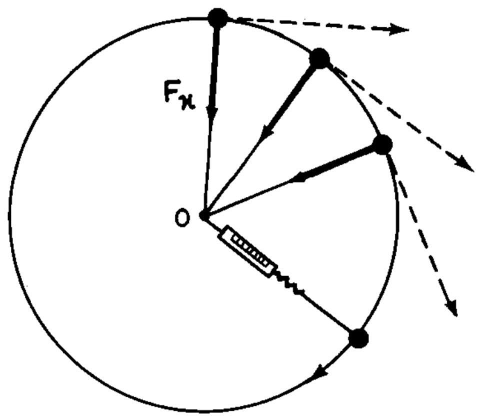
Για να εκφρασθεί το $F_\kappa$ σε N πρέπει η μάζα m να εκφράζεται σε kg, το ω σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο και το r σε m.

Καταλήγομε έτσι στο συμπέρασμα:

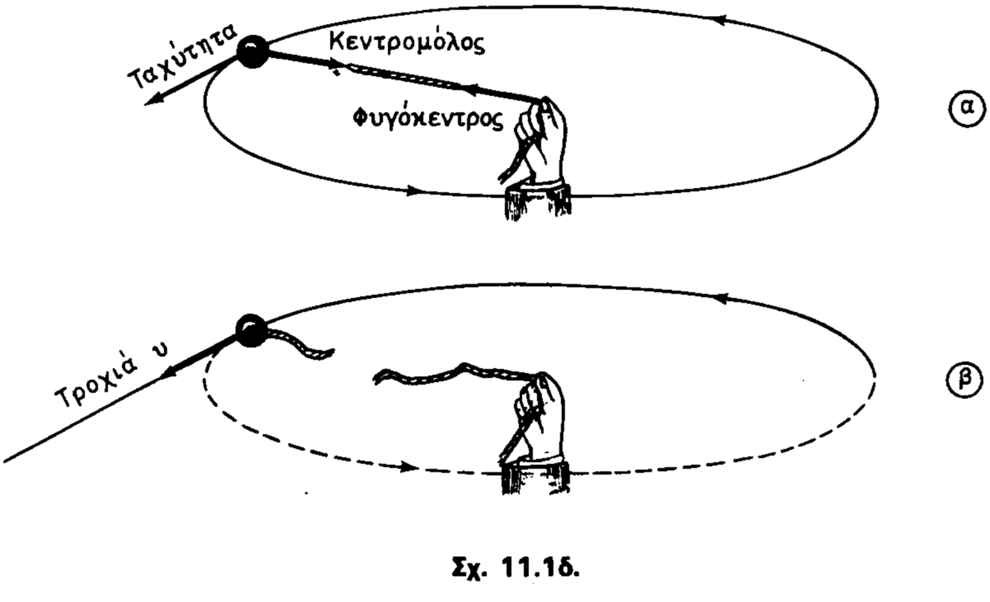
***Όταν σωμα μάζας m κινείται ομαλά σε περιφέρεια κύκλου που έχει ακτίνα r, τότε αναπτύσσεται σ' αυτό κεντρομόλος δύναμη, στην οποία και αντιστοιχει κεντρομόλος επιτάχυνση $\gamma_\kappa$.***

$$\gamma_\kappa = \omega^2 \cdot r \qquad \text{ή} \qquad \gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{r}$$

Πειραματικά μπορούμε να το διαπιστώσομε αυτό, αν στην άκρη ενός λεπτού σχοινιού προσδέσομε μικρή σφαίρα και κρατώντας την άλλη άκρη του σχοινιού το στρέψομε κυκλικά, ώστε να παραχθεί κυκλική κίνηση. Τότε στη σφαίρα ενεργεί η




Σχ. 11.1γ.




Σχ. 11.1δ.

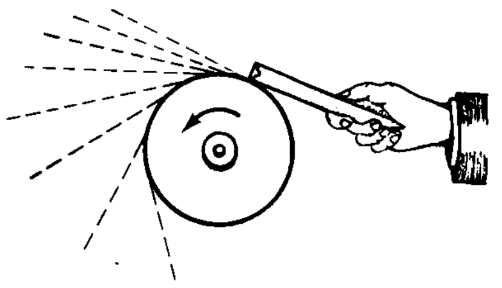
κεντρομόλος δύναμη, που μπορεί μάλιστα να μετρηθεί αν παρεμβληθεί στο σχοινί ένα δυναμόμετρο (σχ. 11.1γ). Αν κοπεί το σχοινί, τότε μηδενίζεται η κεντρομόλος δύναμη και το σώμα, σύμφωνα με την αρχή της αδράνειας, θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης της αρχικής τροχιάς (σχ. 11.1δ).

Όταν παρακολουθούμε σμυριδοτροχό σε λειτουργία, βλέπομε ότι οι σπινθήρες, που είναι ερυθροπυρωμένα τεμαχίδια του τροχού, ξεφεύγουν από τον τροχό εφαπτομενικά (σχ. 11.1ε).
Από την φασική γνωρίζομε επίσης ότι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Όπου: ν είναι ο αριθμός στροφών του κινητού στο δευτερόλεπτο (συχνότητα).
Αν αντικατασταθεί η τιμή του ω στον τύπο, αυτή θα αλλάξει έκφραση.

$$F_\kappa = m4\pi^2 \,.\, \nu^2 \,.\, r$$



Σχ. 11.1ε.

***Παράδειγμα.***

Σφαιρίδιο μάζας 50g προσδένεται στο άκρο σχοινιού μήκους 1m. Κρατώντας το άλλο άκρο του σχοινιού περιστρέφομε το σφαιρίδιο έτσι, ώστε να εκτελεί αυτό ομαλά έξη (6) στροφές στο δευτερόλεπτο. Πόση είναι η κεντρομόλος δύναμη;

***Λύση.***

Για να λύσομε το πρόβλημα βρίσκομε πρώτα την περιφερειακή ταχύτητα του σφαιριδίου:

$$\upsilon = 2\pi\nu \,.\, r = 2\pi \times 6 \times 1 = 37{,}68 \text{ m/s}$$

Η γωνιακή ταχύτητα ω είναι: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \,.\, 6 = 37{,}68$ rd/s
Η $\gamma_\kappa = \omega^2 \,.\, r = 37{,}68^2 \times 1 = 1419{,}78 \text{ m/s}^2$
Η κεντρομόλος άρα δύναμη $F_\kappa$ ισούται με:

$$F_\kappa = 0{,}05 \times 1419{,}78 = 71{,}0 \text{ N}$$

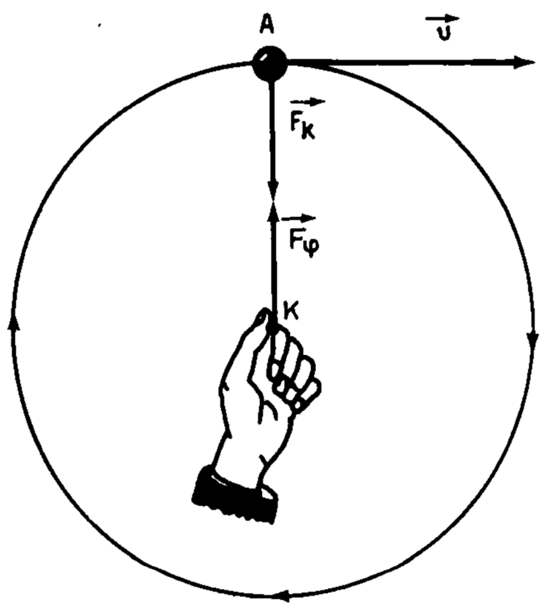
## 11.2 Φυγόκεντρος δύναμη.

Σύμφωνα με το τρίτο αξίωμα της δυναμικής κάθε ***δράση*** προκαλεί ***αντίδραση.*** Και στην περίπτωση της κεντρομόλου δυνάμεως (δράση) αναπτύσσεται τέτοια αντίδραση, που λέγεται ***φυγόκεντρος δύναμη.***

Στο πείραμα με τη σφαίρα και το σχοινί, στο χέρι μας αισθανόμαστε να ισορροπούν δυο δυνάμεις (σχ. 11.2). Η φυγόκεντρος $F_\Phi$ και η κεντρομόλος $F_K$.

Με το χέρι μας τραβάμε τη σφαίρα με δύναμη $F_κ$ και τότε η σφαίρα αντιδρά και τραβά το χέρι μας με δύναμη $F_Φ$:

$$F_κ + F_Φ = 0$$




Σχ. 11.2

Αν σπάσει το σχοινί που κρατά τη σφαίρα, τότε μηδενίζονται και οι δυο δυνάμεις (και η κεντρομόλος και η φυγόκεντρος δύναμη) και το σώμα κινείται πλέον ευθύγραμμα και ομαλά κατά την εφαπτομένη της τροχιάς του.

***Νόμοι της κεντρομόλου και φυγοκέντρου δυνάμεως.***

Από τους διάφορους τύπους που εκφράζουν την κεντρομόλο και τη φυγόκεντρο δύναμη προκύπτουν και οι νόμοι που τις χαρακτηρίζουν και είναι:

$$F_κ = m\,ω^2 \,.\, r$$

$$F_κ = m\,4π^2\,ν^2 \,.\, r$$

$$F_κ = m\frac{4π^2}{T^2}\cdot r$$

— **ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ.** ***Η κεντρομόλος δύναμη είναι ανάλογη προς τη μάζα.***

Αυτό σημαίνει ότι, αν δύο κινητά που περιστρέφονται έχουν, εκτός από τις μάζες τους, όλα τα άλλα χαρακτηριστικά, όπως ακτίνα και περιφερειακή ταχύτητα, τα ίδια, τότε στο κινητό που έχει διπλάσια μάζα ασκείται διπλάσια κεντρομόλος δύναμη.

— **ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ.** ***Η κεντρομόλος δύναμη είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της γωνιακής ή της γραμμικής ταχύτητας.***

Αυτό σημαίνει ότι, αν κινητό που στρέφεται π.χ. με πέντε στροφές στο δευτερόλεπτο δέχεται μια κεντρομόλο δύναμη $F_κ$, όταν διπλασιασθούν ή τριπλασιασθούν οι στροφές του, τότε η κεντρομόλος δύναμη που θα δεχθεί τετραπλασιάζεται ή εννεαπλασιάζεται αντίστοιχα.

— ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ. ***Αν κινητό κινείται με σταθερό αριθμό περιστροφών στο δευτερόλεπτο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το κινητό μεταβάλλεται ανάλογα με την ακτίνα περιστροφης.***

Αυτό σημαίνει ότι, αν δύο κινητά που περιστρέφονται με τις ίδιες στροφές, έχουν τις ίδιες μάζες, διαφέρουν όμως στις ακτίνες περιστροφής τους, τότε στο κινητό με τη μεγαλύτερη ακτίνα ασκείται μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη.

Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο αν τα δύο κινητά, αντί να έχουν τις ίδιες στροφές, έχουν τις ίδιες περιστροφικές ταχύτητες.

Στην περίπτωση αυτή το κινητό με τη μεγαλύτερη ακτίνα έχει τη μικρότερη κεντρομόλο δύναμη. Η κεντρομόλος δύναμη τότε είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την ακτίνα.

***Ανακεφαλαίωση.***

*1.* Όταν υλικό σημείο m διαγράφει κυκλική τροχιά με μία κίνηση ομαλή (περιφερειακή ταχύτητα $υ = ω \, . \, r$) εφαρμόζεται σ' αυτό μια κεντρομόλος δύναμη που το κρατάει στην τροχιά του. Η δύναμη αυτή εκφράζεται:

$$\boxed{F = mω^2 \, . \, r} \quad ή \quad \boxed{F = m \cdot \frac{υ^2}{r}}$$

*2.* Στην κεντρομόλο δύναμη αντιστοιχεί και κεντρομόλος επιτάχυνση:

$$\boxed{γ_κ = ω^2 \, . \, r} \quad ή \quad \boxed{γ_κ = \frac{υ^2}{r}}$$

*3.* Στο Διεθνές σύστημα το μέγεθος F εκφράζεται σε N, το m σε kg, το r σε m, η υ σε m/s, το ω σε rd/s και το γ σε $m/s^2$.

**11.3 Ασκήσεις.**

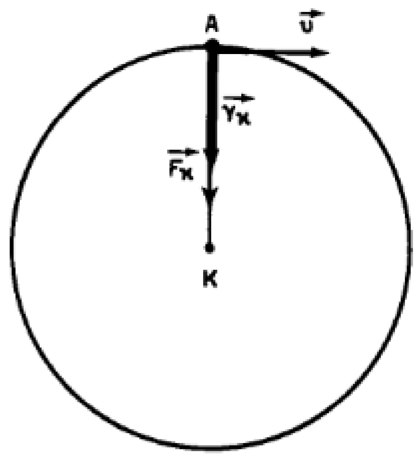
1. Μάζα 60 g κινείται σε περιφέρεια με ακτίνα 25 cm και κάνει 2 στροφές στο δευτερόλεπτο. Να υπολογισθούν: α) Η γραμμική ταχύτητα σε m/s. β) Το μέγεθος και η διεύθυνση της επιταχύνσεως. γ) Η κεντρομόλος δύναμη σε N.
2. Σώμα μάζας 0,2 kg είναι δεμένο από το άκρο νήματος μήκους 40 cm και περιστρέφεται κυκλικά, σε κατακόρυφο επίπεδο, με σταθερή γραμμική ταχύτητα 200cm/s. Ποια δύναμη ασκεί το νήμα στο ανώτατο και στο κατώτατο σημείο της τροχιάς; ($g = 10 \, m/s^2$)

# Κεφάλαιο 3.7 Κεντρομόλος και φυγόκεντρος δύναμη

Όπως αναφέρθηκε, μετά από την παράθεση του 11$^{ου}$ κεφαλαίου του βιβλίου, που αποτελεί και το κύριο εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα, ακολουθούν επεξηγήσεις, διασαφήνιση κάποιων πραγμάτων, επίλυση πρωτότυπων παραδειγμάτων για τα οποία δεν υπάρχουν, αλλά και επίλυση κάποιων των προς λύση ασκήσεων. Οι παρούσες σημειώσεις δεν έχουν σκοπό να αντικαταστήσουν το βιβλίο αυτό, το οποίο διδασκόταν για δεκαετίες, αλλά να συμπληρώσουν και να αποσαφηνίσουν κάποια πράγματα, καθώς και να επιλύσουν τις ασκήσεις λυμένες και άλυτες, και να προσθέσουν κάποια παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση της ύλης.

## 3.1 κεντρομόλος δύναμη

Από την Φυσική γνωρίζουμε ότι στην κυκλική κίνηση, η περιφερειακή ταχύτητα υ, συνδέεται με την γωνιακή ταχύτητα ω, με την σχέση **υ = ω * r**



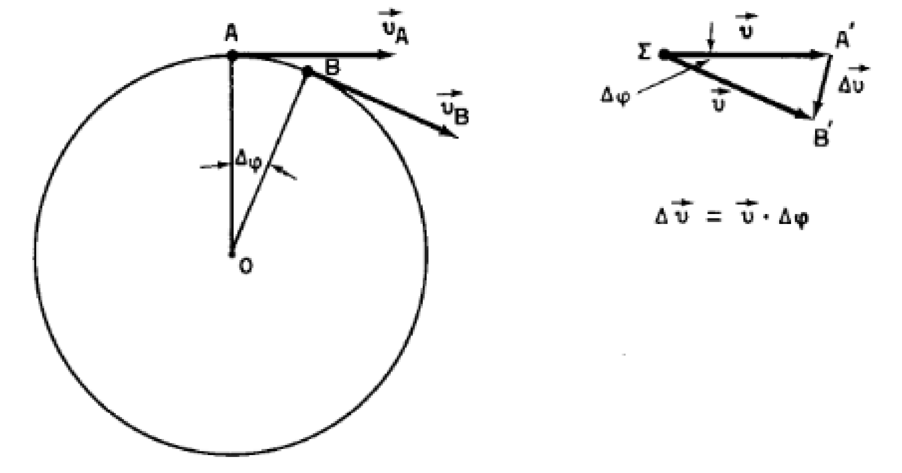

Σχ. 11.1α.

Όπως βλέπουμε στο σχήμα, σε ένα σώμα Α που κινείται σε τροχιά, *είτε όπως οι δορυφόροι, είτε αν είναι δεμένο με ένα σχοινί και περιστρέφεται*, γύρω από το κέντρο Κ, το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας υ είναι εφαπτομένη στην τροχιά, στο σώμα επιδρά η κεντρομόλος δύναμη $F_κ$ και η κεντρομόλος επιτάχυνση $γ_κ$. Στην επόμενη παράγραφο θα δούμε ότι σύμφωνα με το 3$^ο$ αξίωμα της Δυναμικής, αφού υπάρχει η δράση δηλαδή η κεντρομόλος, υπάρχει και η αντίδραση που είναι η φυγόκεντρος δύναμη.

Η διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας υ, δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται συνεχώς από θέση σε θέση. Για να συμβαίνει αυτό, δηλαδή για να κινείται, σύμφωνα με το 1$^ο$ αξίωμα της Δυναμικής, πρέπει ή να μην επιδρά δύναμη (*δύναμη θα ασκήθηκε στο παρελθόν για να το ξεκινήσει να κινείται*), ή να επιδρά δύναμη. Για να συνεχώς κινείται σε τροχιά, ασκείται μια συνεχής δύναμη που είναι η κεντρομόλος δύναμη. Στους δορυφόρους και στους πλανήτες, η κεντρομόλος δύναμη είναι η έλξη της Γης ή του Ήλιου.

Σύμφωνα με το 2ο αξίωμα της Δυναμικής, αφού υπάρχει σταθερή δύναμη, τότε υπάρχει σταθερή επιτάχυνση, οπότε η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη - μεταβαλλόμενη. Στην περίπτωση μας η σταθερή επιτάχυνση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση, που προκαλείται από την κεντρομόλο δύναμη.

Αν το σώμα κινείται σε τροχιά - περιφέρεια κύκλου, που έχει ακτίνα r, και στην χρονική στιγμή $t_\alpha$ βρίσκεται στην θέση Α, ενώ την χρονική στιγμή $t_\beta$ βρίσκεται στην θέση Β, μετά από παρέλευση χρονικού διαστήματος Δt. Η γραμμική ταχύτητα στο Α είναι $\upsilon_\alpha$, και είναι εφαπτομένη στην τροχιά-περιφέρεια, και στο σημείο Β η γραμμική ταχύτητα $\upsilon_\beta$ έχει ίδιο μέτρο, αλλά διαφορετική διεύθυνση, και είναι επίσης εφαπτομένη.




Σχ. 11.1β.

Σχεδιάζουμε το τρίγωνο ΣΑ΄Β΄, όπου στο Α΄Β΄ υπάρχει το τόξο ΑΒ. Από την Γεωμετρία ξέρουμε ότι το μήκος $\widehat{AB} = r \,.\, \Delta\varphi$ ενός τόξου ισούται με την ακτίνα του τόξου, επί την περιεχομένη γωνία στο τόξο, δηλαδή όπου r εδώ είναι το διάνυσμα υ, οπότε **(ΑΒ) = υ * Δφ** .

Επειδή η γωνία είναι πολύ μικρή, θεωρούμε ότι το τόξο (ΑΒ) ισούται με το ευθύγραμμο τμήμα Α΄Β΄, δηλαδή **(ΑΒ) = Α΄Β΄**. Άρα **Α΄Β΄ = υ * Δφ** , οπότε **Δυ = υ * Δφ.** Διαιρούμε δια Δt, δηλαδή τον χρόνο στον οποίο έγινε αυτή η αλλαγή στην ταχύτητα, και παίρνουμε τα παρακάτω. Από την Φυσική γνωρίζουμε ότι **Δυ / Δt = γ** , και **Δφ / Δt = ω** , και **υ = ω * r** => **ω = υ / r** .

$$\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \upsilon \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\gamma = \upsilon \,.\, \omega$$

$$\gamma = \upsilon \cdot \frac{\upsilon}{r} = \frac{\upsilon^2}{r}$$

$$\gamma = \omega^2 \,.\, r$$

Βλέπουμε ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει διεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου, και έχει μέτρο ίσο με $\boldsymbol{\gamma = \upsilon * \omega}$ , ή $\boldsymbol{\gamma = \upsilon^2 / r}$ , ή $\boldsymbol{\gamma = \omega^2 * r}$

Η κεντρομόλος δύναμη έχει επίσης φορά προς το κέντρο του κύκλου, και από το 2ο αξίωμα της δυναμικής, είναι F = m * γ , οπότε

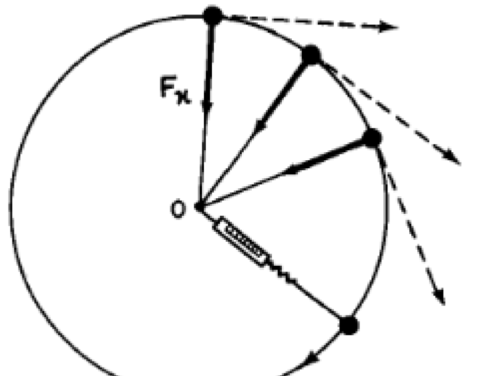
$$F_\kappa = m \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \qquad \text{ή} \qquad F_\kappa = m\omega^2 \cdot r$$

Η μάζα m έχει μονάδα το kg, η περιφερειακή - γραμμική ταχύτητα υ μονάδα m / sec, η γωνιακή ταχύτητα ω μονάδα rad / sec, η ακτίνα r μονάδα m (μέτρα), και η δύναμη μονάδα N (newton).

Οπότε, καταλήγουμε στο ότι «**όταν ένα σώμα μάζας m κινείται ομαλά σε περιφέρεια κύκλου που έχει ακτίνα r , τότε αναπτύσσεται σε αυτό κεντρομόλος δύναμη, στην οποία και αντιστοιχεί κεντρομόλος επιτάχυνση**». *Ή πιο σωστά, η κεντρομόλος δύναμη είναι αυτή που προκαλεί την κεντρομόλο επιτάχυνση και δίνει κίνηση στο σώμα.*

Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται από τους τύπους $\gamma_\kappa = \omega^2 \cdot r$ ή $\gamma_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{r}$

Αυτά τα συμπεράσματα μπορούν να διαπιστωθούν και πειραματικά, αν δέσουμε μια μικρή σφαίρα στην άκρη ενός σχοινιού, και κρατώντας το σκοινί από την άκρη, το περιστρέψουμε κυκλικά, ώστε η σφαίρα να κάνει κυκλική κίνηση. Στην σφαίρα τότε ενεργεί η κεντρομόλος δύναμη, η οποία μπορεί να μετρηθεί αν στο σχοινί τοποθετήσουμε ένα δυναμόμετρο.

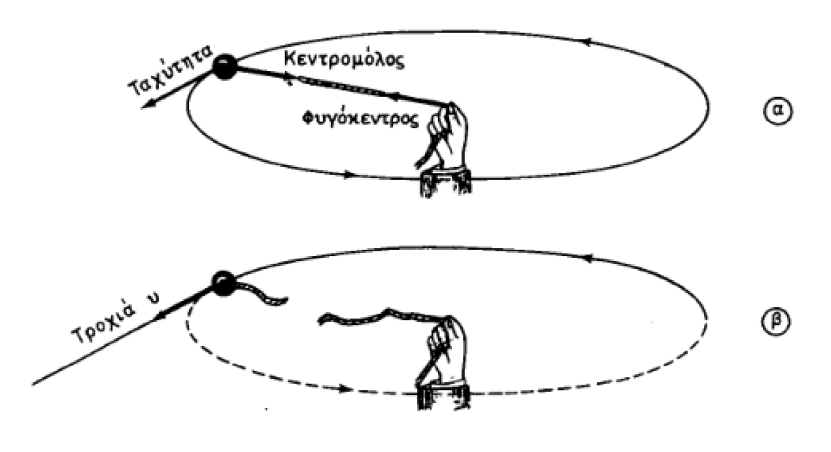


Σχ. 11.1γ.

Καθώς το σώμα περιστρέφεται, σύμφωνα με το 3ο αξίωμα, στην δράση της κεντρομόλου αναπτύσσεται αντίδραση, η φυγόκεντρος δύναμη.

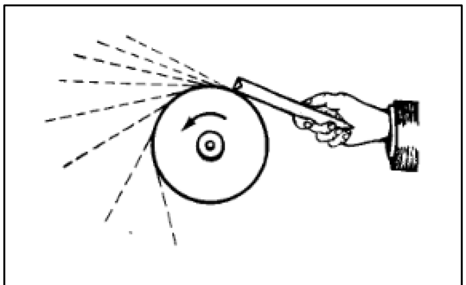
Αν το σχοινί κοπεί, μηδενίζεται η κεντρομόλος δύναμη, μηδενίζεται η κεντρομόλος (άρα και η φυγόκεντρος) και το σώμα σύμφωνα με το 1ο αξίωμα, λόγω μη επίδρασης δυνάμεων και λόγω αδράνειας, θα κινηθεί ελεύθερα ευθύγραμμα και εφαπτομενικά στην αρχική τροχιά.

Στην επόμενη σελίδα φαίνονται η κεντρομόλος και η φυγόκεντρος, και η κατεύθυνση που θα πάρει η σφαίρα, αν το σκοινί κοπεί.



Σχ. 11.1δ.

Όταν έχουμε ένα σμυριδοτροχό σε λειτουργία, και ακουμπάμε ένα σίδερο σε αυτόν, παρατηρούμε ότι οι σπινθήρες, οι οποίοι είναι ερυθροπυρωμένα τεμαχίδια του σμυριδοτροχού, φεύγουν από τον τροχό εφαπτομενικά.


Σχ. 11.1ε.

Από την Φυσική είναι γνωστό ότι **ω = 2 * π / Τ**, όπου Τ η περίοδος, δηλαδή πόσο χρόνο κάνει για να κάνει 1 κύκλο ή 1 περιστροφή.

Επειδή ν = 1 / Τ , όπου ν η συχνότητα, δηλαδή πόσες στροφές κάνει στην μονάδα του χρόνου, τότε θα έχουμε **ω = 2 * π * ν** , και κεντρομόλος δύναμη μπορεί να εκφραστεί επίσης ως Fκ = m * $\omega^2$ * r = m * (2 * π * ν)$^2$ * r => **Fκ = m * 4 * $\pi^2$ * $\nu^2$ * r**

## 3.1.1 παράδειγμα

Σφαίρα μάζας 50 g δένεται στο άκρο σχοινιού μήκους 1 μ, το οποίο κρατάμε από την άλλη ακρη, και το κινούμε το σχοινί ώστε το σφαιρίδιο να εκτελεί κυκλική κίνηση., κάνοντας 6 στροφές ανά δευτερόλεπτο. Πόση είναι η κεντρομόλος δύναμη ?

Απάντηση

**Fκ = m * γ** , και **γ = υ * ω** , και **υ = ω * r** , => **Fκ = m * $\omega^2$ * r**

Όμως **ω = 2 * π / Τ**, και επειδή **1 / Τ = ν** , τότε **ω = 2 * π * ν**

Άρα $\omega = 2 * \pi * \nu = 2 * 3{,}14 * 6 = 37{,}68$ rad/sec

Οπότε $F\kappa = m * \omega^2 * r = 0{,}050$ kg $* (37{,}68$ rad/sec$)^2 * 1$ m $= 0.05 * 37.68^2 * 1 = 71$ N

Έλεγχος $F\kappa = m * 4 * \pi^2 * \nu^2 * r = 0{,}05 * 4 * 3{,}14^2 * 6^2 * 1 = 71$ N.

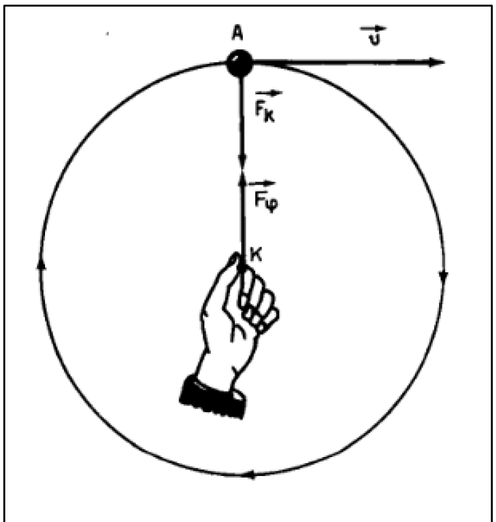
**Αν θέλαμε** να βρούμε αρχικά και την κεντρομόλο επιτάχυνση, τότε $\gamma = \upsilon * \omega$ , και επειδή $\upsilon = \omega * r$ , τότε $\boldsymbol{\gamma = \omega^2 * r}$ , οπότε $\gamma = 37.68 * 1 = 1417{,}78$ m/sec$^2$

Έλεγχος $F\kappa = m * \gamma = 0{,}050 * 1419{,}78 = 71$ Newton

## 3.2 φυγόκεντρος δύναμη

Όπως είδαμε προηγουμένως, σύμφωνα με το 3ο αξίωμα, κάθε δράση προκαλεί μια αντίδραση, και στην δράση κεντρομόλο δύναμη, αναπτύσσεται η αντίδραση φυγόκεντρος.

Στο πείραμα με την σφαίρα δεμένη στο σχοινί, στο χέρι μας νοιώθουμε την ισορροπία 2 δυνάμεων, της κεντρομόλου Fκ και της φυγόκεντρου Fφ. Όπως με το χέρι μας τραβάμε με δύναμη Fκ μέσω του σχοινιού την σφαίρα, αυτό αντιδρά με την Fφ, και μας δίνει ισορροπία, δηλαδή $F\kappa + F\varphi = 0$.



Σχ. 11.2

Όπως είδαμε ακόμα, αν κοπεί το σχοινί, λόγω μηδενισμού των 2 δυνάμεων, η σφαίρα θα κινηθεί εφαπτομενικά λόγω αδράνειας, με ομαλή και ευθύγραμμη κίνηση.

## 3.3 νόμοι της κεντρομόλου και φυγόκεντρου δύναμης

Από τους διάφορους μαθηματικούς τύπους που εκφράζουν την κεντρομόλο και την φυγόκεντρο δύναμη, προκύπτουν οι νόμοι που χαρακτηρίζουν αυτές τις 2 δυνάμεις.

$$F_\kappa = m\,\omega^2 \cdot r$$

$$F_\kappa = m\,4\pi^2\,\nu^2 \cdot r$$

$$F_\kappa = m\,\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

### 3.3.1 1ος νόμος

**Η κεντρομόλος είναι ανάλογη με μάζα**. Αν 2 κινητά που περιστρέφονται, έχουν ίδια ακτίνα, και ίδια περιφερειακή ταχύτητα, τότε στο σώμα που έχει διπλάσια μάζα, ασκείται διπλάσια κεντρομόλος δύναμη

### 3.3.2 2ος νόμος

**Η κεντρομόλος είναι ανάλογη με τετράγωνο γωνιακής & με τετράγωνο γραμμικής ταχύτητας**. Αν 1 κινητό, περιστρέφεται με πχ 5 στροφές, και δέχεται μια κεντρομόλο δύναμη, τότε αν οι στροφές διπλασιαστούν ή τριπλασιαστούν, η κεντρομόλος δύναμη σαν ανάλογη με το τετράγωνο της γωνιακής ταχύτητας, θα τετραπλασιαστεί ή θα εννεαπλασιαστεί αντίστοιχα.

### 3.3.3 3ος νόμος

**Αν κινητό εκτελεί κίνηση με σταθερό αριθμό περιστροφών ανά sec, τότε η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το κινητό, μεταβάλλεται ανάλογα με την ακτίνα περιστροφής.** Αν 2 κινητά, περιστρέφονται με ίδιες στροφές, και έχουν ίδιες μάζες, αλλά έχουν διαφορετικές ακτίνες, το κινητό με την μεγαλύτερη ακτίνα, δέχεται μεγαλύτερη κεντρομόλο δύναμη.

Αν όμως 2 κινητά, έχουν ίδια περιστροφική ταχύτητα και ίδια μάζα, αλλά αφού έχουν διαφορετική ακτίνα, έχουν διαφορετικές στροφές. Τότε το κινητό με την μεγαλύτερη ακτίνα, έχει την μικρότερη κεντρομόλο δύναμη, η οποία τότε είναι αντιστρόφως ανάλογη με την ακτίνα.

## 3.4 ανακεφαλαίωση

Στην επόμενη σελίδα παρατίθεται η ανακεφαλαίωση της παραγράφου 3.7, που αποτελεί το κεφάλαιο 11 του βιβλίου μηχανική του Ευγενιδείου ιδρύματος

***Ανακεφαλαίωση.***

***1.*** Όταν υλικό σημείο m διαγράφει κυκλική τροχιά με μία κίνηση ομαλή (περιφερειακή ταχύτητα $υ = ω \cdot r$) εφαρμόζεται σ' αυτό μια κεντρομόλος δύναμη που το κρατάει στην τροχιά του. Η δύναμη αυτή εκφράζεται:

$$\boxed{F = mω^2 \cdot r} \quad ή \quad \boxed{F = m \cdot \frac{υ^2}{r}}$$

***2.*** Στην κεντρομόλο δύναμη αντιστοιχεί και κεντρομόλος επιτάχυνση:

$$\boxed{γ_κ = ω^2 \cdot r} \quad ή \quad \boxed{γ_κ = \frac{υ^2}{r}}$$

***3.*** Στο Διεθνές σύστημα το μέγεθος F εκφράζεται σε N, το m σε kg, το r σε m, η υ σε m/s, το ω σε rd/s και το γ σε $m/s^2$.